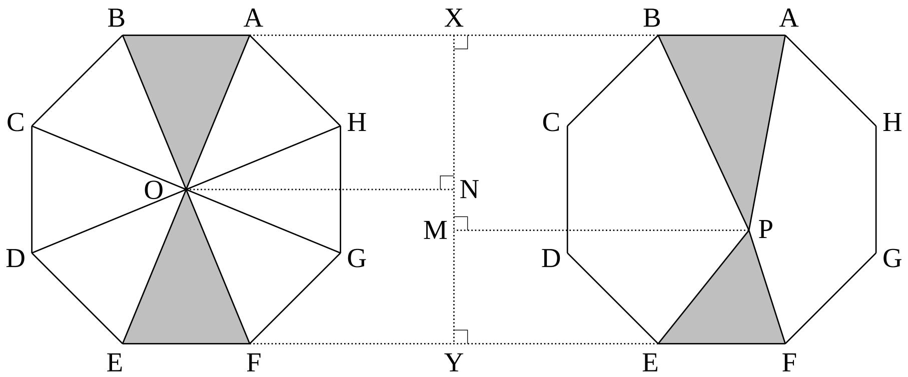
答 (1) $7.5\,\mathrm{cm}^2$

(2) $8.75\,\mathrm{cm}^2$

解説 (1)　正八角形 ABCDEFGH を中心 O を通るように八等分した図を新たに考え，問題で与えられた図といっしょに左右に並べてみましょう。

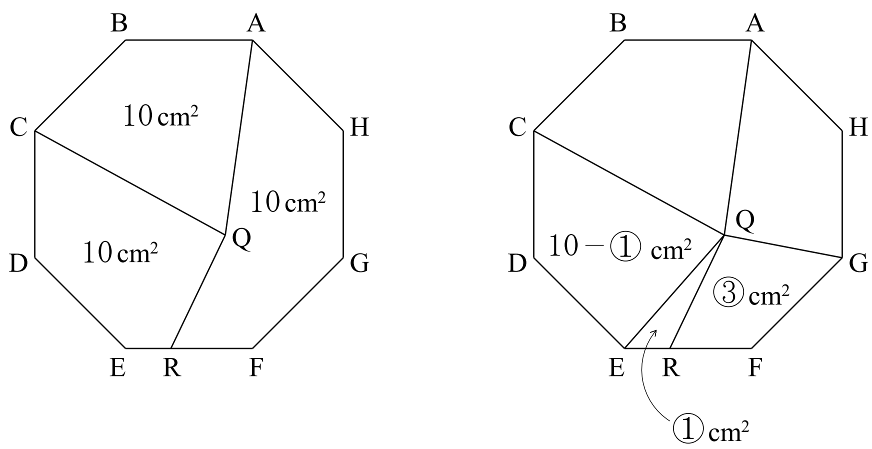


この図では，直線 XY が，AB を延ばした線に垂直になるように描いてあります。また，点 P から直線 XY に垂直な直線 PM を，点 O から直線 XY に垂直な直線 ON を，それぞれ引いてあります。このとき，

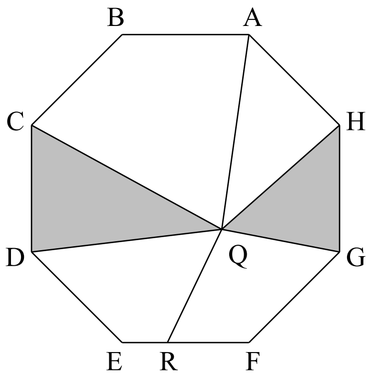
$$
\begin{aligned}
\text{三角形 PAB} + \text{三角形 PEF} &= \mathrm{AB} \times \mathrm{XM} \div 2 + \mathrm{EF} \times \mathrm{MY} \div 2 \\
&= \mathrm{AB} \times (\mathrm{XM} + \mathrm{MY}) \div 2 \quad (\mathrm{AB} = \mathrm{EF}\text{ なので}) \\
&= \mathrm{AB} \times \mathrm{XY} \div 2 \\
&= \mathrm{AB} \times (\mathrm{XN} + \mathrm{NY}) \div 2 \\
&= \mathrm{AB} \times \mathrm{XN} \div 2 + \mathrm{EF} \times \mathrm{NY} \div 2 \quad (\mathrm{AB} = \mathrm{EF}\text{ なので}) \\
&= \text{三角形 OAB} + \text{三角形 OEF}
\end{aligned}
$$

三角形 OAB も三角形 OEF も $30 \div 8 = 3.75\,\mathrm{cm}^2$ なので，求める面積の和は $3.75 \times 2 = 7.5\,\mathrm{cm}^2$ になります。

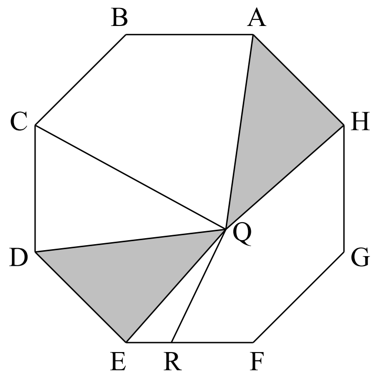
(2)　正八角形の面積が三等分されると $30 \div 3 = 10\,\mathrm{cm}^2$ ずつになります。また，三角形 QER と四角形 QRFG の面積の比は $1:3$ なので，それぞれ ① cm^2 と ③ cm^2 とすると，四角形 QCDE の面積は五角形 QCDER の面積と三角形 QER の面積の差なので，$10 -$ ① cm^2 と表せます。



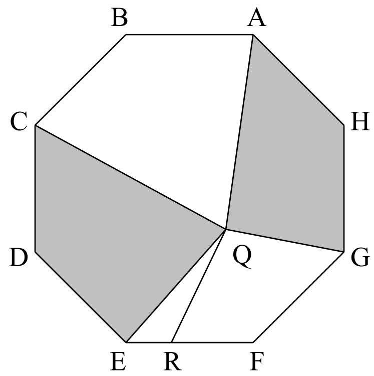
次に，三角形 QCD と三角形 QGH の面積の和も，三角形 QDE と三角形ＱＨＡの面積の和も，(1) と同様に $7.5\,\mathrm{cm}^2$ であるので，四角形 QCDE と四角形 QGHA の面積の和は，$7.5 + 7.5 = 15\,\mathrm{cm}^2$ になります。



和 $7.5\,\mathrm{cm}^2$



和 $7.5\,\mathrm{cm}^2$

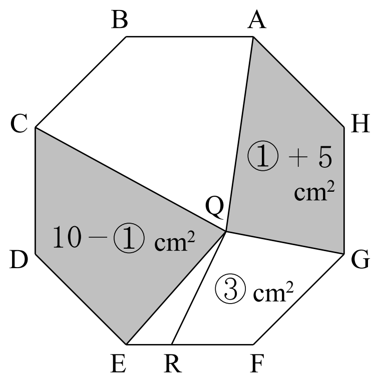


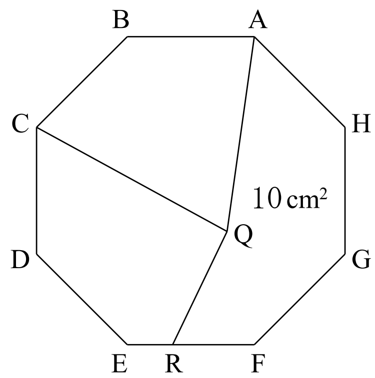
和 $7.5 + 7.5 = 15\,\mathrm{cm}^2$

四角形 QCDE の面積 $10 - ①\,\mathrm{cm}^2$ に，$① + 5\,\mathrm{cm}^2$ を足せば

$$10 - ① + ① + 5 = 10 + 5 = 15\,\mathrm{cm}^2$$

になるので，四角形 QGHA の面積は $① + 5\,\mathrm{cm}^2$ です。





このとき，六角形 AQRFGH の面積に注目すると，$③ + ① + 5 = ④ + 5\,\mathrm{cm}^2$ と $10\,\mathrm{cm}^2$ が等しいことが分かります。したがって，

$$① = (10 - 5) \div 4 = 1.25\,\mathrm{cm}^2$$

です。このとき，四角形 QCDE の面積は

$$10 - ① = 10 - 1.25 = 8.75\,\mathrm{cm}^2$$

と求まります。