

- 答 (1) 赤 : 6, 緑 : 1, 青 : 2  
 (2) 赤に 2 と書いてあるカード : 13 (枚), 緑に 1 と書いてあるカード : 1 (枚)  
 (3) 30  
 (4) 4, 9, 25

解説 (1) 18 を素因数分解すると,  $18 = 2 \times 3 \times 3$  となり, 2 が 1 個あることから緑には 1, 3 が 2 個あることから青には 2 と書いてあることが分かります。

与えられた整数の約数の個数は, 次の手順で求められます。

- ① 与えられた整数を素因数分解する。
  - ② 素因数分解のかけ算に出て来る, 「同じ素数の個数」をそれぞれ数える (たとえばこの問題の 18 の場合, 2 が 1 個, 3 が 2 個あります)。
  - ③ ② で求めた個数にそれぞれ 1 を足す (18 の場合, 2 が 1 個あるので  $1 + 1 = 2$ , 3 が 2 個あるので  $2 + 1 = 3$  とします)。
  - ④ ③ で計算した数を全てかけると, 与えられた約数の個数が求まる (18 の場合, ③ で調べたことより, 18 の約数の個数は  $(1 + 1) \times (2 + 1) = 2 \times 3 = 6$  個です。これより, 赤には 6 と書いてあることが分かります)。
- (2) 赤に 2 と書いてあるのは, 白に書かれた数の約数の個数が 2 個である場合, 言いかえると, 白に素数が書かれている場合です。2 から 41 までの整数のうち, 素数は

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41$$

の 13 個あるので, 赤に 2 と書いてあるカードは 13 枚あります。この 13 枚のカードのうち緑に 1 と書かれるのは, 白に 2 と書かれたカードだけです (あとのカードの白の数は奇数なので, 素因数分解したときに 2 は現れません)。そのため, 緑に 1 と書いてあるカードは 1 枚あります。

- (3) 緑に 1, 青に 1 と書いてあるので, 白に書かれた数を  $2 \times 3 \times \square$  ( $\square$  は 2 の倍数でも 3 の倍数でもない数) と書き表せます。もし, この  $\square$  が素数であれば, (1) で述べた約数の個数を求める手順によって, 白に書かれた数の約数の個数は

$$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 8 \text{ 個}$$

となり, 赤に書かれた数と等しくなります。そこで,  $\square$  を 2 と 3 以外の最も小さな素数 5 とすると, 答えが  $2 \times 3 \times 5 = 30$  と分かります。 $\square$  が 7 以上の素数の場合は,  $2 \times 3 \times \square$  は 42 以上になりますが, 白に書かれている数の候補として与えられているのは 2 から 41 までの整数なので, 答えにはなりません。

- (4) 赤に 3 と書いてあるので, 白に書かれた数の約数の個数は 3 個です。約数の個数が 3 個である整数は, 素因数分解すると同じ素数 2 個の積

$$\triangle \times \triangle \quad (\triangle \text{ は素数})$$

の形に書き表せます。2 から 41 までの整数のうち, このように書き表せるのは,

$$2 \times 2 = 4, 3 \times 3 = 9, 5 \times 5 = 25$$

の 3 個で, これらが答えになります。