

- 答 (1) 姉：毎分 45 m，妹：毎分 35 m
 (2) 順に，9 時 52 分，10 分 40 秒，9 時 58 分

解説 (1) 姉の静水時の速さを毎分 \square m，妹の静水時の速さを毎分 \triangle m とします。
 このとき，姉の上りの速さは毎分 $\square - 15$ m，下りの速さは毎分 $\square + 15$ m です。
 また，妹の上りの速さは毎分 $\triangle - 15$ m，下りの速さは毎分 $\triangle + 15$ m です。
 問題文より，姉が A 地点を，妹が B 地点をそれぞれ同時に出発した場合に，姉は 1800 m，妹は $2400 - 1800 = 600$ m 進んだ地点で出会います。これより，姉の下りの速さと妹の上りの速さの比が， $1800 : 600 = 3 : 1$ であると分かります。

$$(\square + 15) : (\triangle - 15) = 3 : 1$$

また，姉が B 地点を，妹が A 地点をそれぞれ同時に出発した場合に，姉は $2400 - 1500 = 900$ m，妹は 1500 m 進んだ地点で出会うので，姉の上りの速さと妹の下りの速さの比が， $900 : 1500 = 3 : 5$ であると分かります。

$$(\square - 15) : (\triangle + 15) = 3 : 5$$

ここで比を求めた 2 つの場合について，速さの和は等しくなります。実際計算すると，

$$(\square + 15) + (\triangle - 15) = \square + \triangle \quad (\square - 15) + (\triangle + 15) = \square + \triangle$$

のように，どちらの和も $\square + \triangle$ と表せます。

和が一定なので，比の数字も和が等しくなるようにしましょう。 $3 + 1 = 4$ と $3 + 5 = 8$ の最小公倍数である 8 にそろえるので， $3 : 1$ は $6 : 2$ と書きかえ， $3 : 5$ はそのままにします。

$$(\square + 15) : (\triangle - 15) = 6 : 2 \quad (\square - 15) : (\triangle + 15) = 3 : 5$$

これで， $\square + 15 = \textcircled{6}$ ， $\square - 15 = \textcircled{3}$ と表せることが分かりました。 $\square + 15$ と $\square - 15$ の差は 30， $\textcircled{6}$ と $\textcircled{3}$ の差は $\textcircled{3}$ なので， $\textcircled{3} = 30$ が成り立ちます。したがって，

$$\textcircled{1} = 30 \div 3 = 10$$

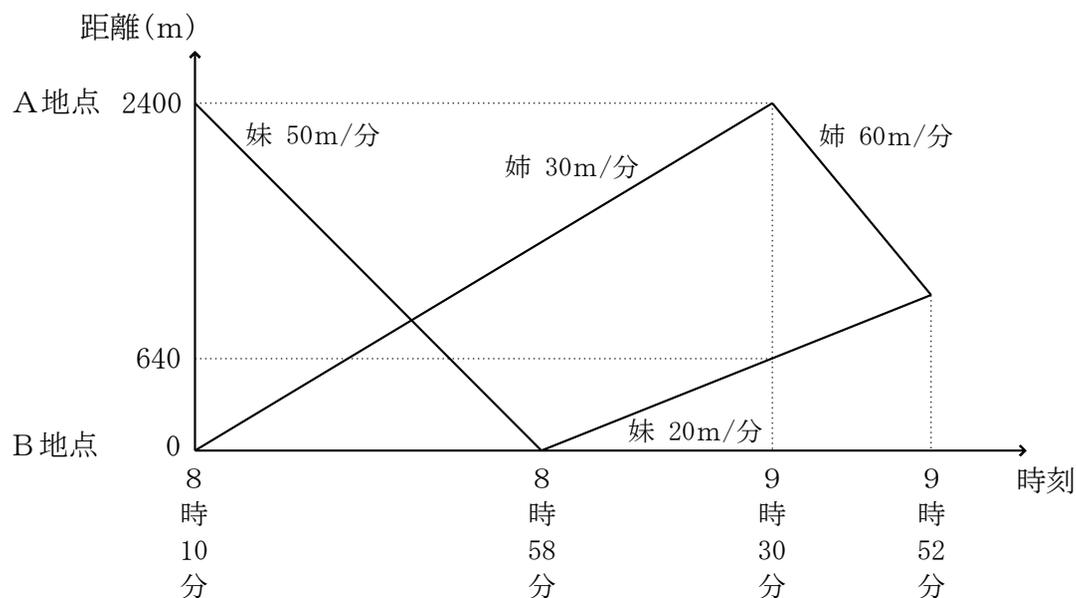
このとき，

$$\square + 15 = \textcircled{6} = 10 \times 6 = 60 \text{ なので，} \square = 60 - 15 = 45$$

$$\triangle + 15 = \textcircled{5} = 10 \times 5 = 50 \text{ なので，} \square = 50 - 15 = 35$$

と計算できて，静水時の速さは，姉が毎分 45 m，妹が毎分 35 m と求まります。

- (2) 右のグラフは，姉が A 地点を折り返した後もボートをこぎ続けた場合に，出発してから 2 回目に 2 人が出会うまでの様子を表しています。(1) で求めた速さと，川の流れの速さが毎分 15 m であることから，姉の上りの速さと下りの速さはそれぞれ毎分 30 m と 60 m，妹の上りの速さと下りの速さはそれぞれ毎分 20 m と 50 m であることが分かります。

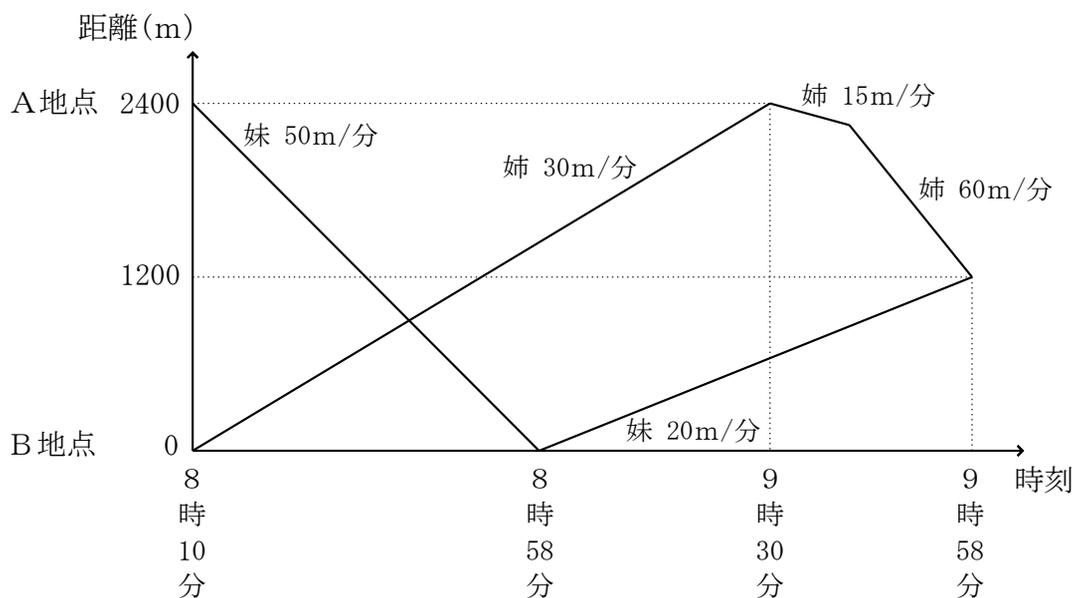


姉が B 地点から A 地点まで移動するのにかかる時間は $2400 \div 30 = 80$ 分なので、姉が A 地点に着く時刻は $8時10分 + 80分 = 9時30分$ です。

妹が A 地点から B 地点まで移動するのにかかる時間は $2400 \div 50 = 48$ 分なので、妹が B 地点に着く時刻は $8時10分 + 48分 = 8時58分$ です。妹は B 地点で折り返してから、姉が A 地点に到着する $9時30分$ までに、 $9時30分 - 8時58分 = 32$ 分間川を上るので、 $20 \times 32 = 640$ m 移動します。

したがって、 $9時30分$ 時点での姉と妹の間の距離は $2400 - 640 = 1760$ m と分かり、 $9時30分$ から、2人が出発後2回目に出会うまでに $1760 \div (60 + 20) = 22$ 分かかると計算できるので、予定では2人は $9時30分 + 22分 = 9時52分$ に出会っていたことになります。

右のグラフは、姉が A 地点を折り返してからボートをこがず川に流された場合に、出発後2回目に2人が出会うまでの様子を表しています。妹は $8時58分$ に B 地点を折り返してから、出発後2回目に出会うまでに $1200 \div 20 = 60$ 分 = 1 時間移動するので、2人が2回目に出会うのは $9時58分$ です。



姉が A 地点を折り返してから、出発後2回目に出会うまでに関して、移動時間は計 $9時30分$ から $9時58分$ までの 28 分、移動距離は計 1200 m、速さは途中で毎分 15 m から毎分 60 m になったので、速さのつるかめ算の考え方をを用いると、姉が川に流されていた時間は

$$(60 \times 28 - 1200) \div (60 - 15) = 10\frac{2}{3} \text{ 分} = 10 \text{ 分 } 40 \text{ 秒}$$