

答 (A が) 3 (時間) 12 (分)

(B が) 2 (時間) 48 (分)

(2台同時に作業を始めてから) 4 (時間) 28 (分) 48 (秒)

解説 問題文中の,

「B が $\frac{1}{4}$ を終えた6分後に A が $\frac{1}{4}$ を終えて、A が $\frac{2}{3}$ を終えた12分後に C が $\frac{2}{3}$ を終えました。」

の前半で、A と B のする作業が $\frac{1}{4}$ の代わりに $\frac{2}{3}$ であったとすると、 $\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = 3 : 8$ なので、A と B の作業に要する時間の差は、

$$6 \div 3 \times 8 = 16 \text{ 分}$$

になります。したがって、A, B, C が、それぞれの作業の $\frac{2}{3}$ を終えるのに要する時間差についてまとめると、

B が作業の $\frac{2}{3}$ を終える $\rightarrow (+16 \text{ 分}) \rightarrow$ A が作業の $\frac{2}{3}$ を終える $\rightarrow (+12 \text{ 分}) \rightarrow$ C が作業の $\frac{2}{3}$ を終える

となって、B と C の時間の差は、 $16 + 12 = 28$ 分と分かります。

ここで、B と C の作業の速さの比は $5 : 4$ なので、同じ量の作業を終えるのに要する時間の比は $4 : 5$ であることに注意すると、

$$\text{B が作業の } \frac{2}{3} \text{ を終えるのに、} 28 \div (5 - 4) \times 4 = 112 \text{ 分}$$

$$\text{C が作業の } \frac{2}{3} \text{ を終えるのに、} 28 \div (5 - 4) \times 5 = 140 \text{ 分}$$

それぞれかかることになります。さらに、A が作業の $\frac{2}{3}$ を終えるのに要する時間は、B が作業の $\frac{2}{3}$ を終えるのに要する時間より16分多いので、 $112 + 16 = 128$ 分です。したがって、問題文で問われている、

$$\text{A の作業にかかった時間は、} 128 \div 2 \times 3 = 192 \text{ 分} = 3 \text{ 時間} 12 \text{ 分}$$

$$\text{B の作業にかかった時間は、} 112 \div 2 \times 3 = 168 \text{ 分} = 2 \text{ 時間} 48 \text{ 分}$$

ここで、B と C の作業の速さの比は $5 : 4$ であることから、B の作業の速さを毎分5とすると、それぞれの機械の作業は $5 \times 168 = 840$ ずつ、合計 $840 \times 3 = 2520$ であると考えられます。

また、このとき、A の作業の速さは毎分 $840 \div 192 = 4\frac{3}{8}$ なので、問題文で問われている、2520の作業をA, Bの2台でするのに要する時間は、

$$2520 \div \left(4\frac{3}{8} + 5 \right) = 268\frac{4}{5} \text{ 分} = 4 \text{ 時間} 28 \text{ 分} 48 \text{ 秒}$$

になります。