

答 (1) 49個

(2) 3個

$$(3) \text{ 式 } \frac{27}{2025} + \frac{45}{2025} + \frac{75}{2025} = \frac{49}{675} \quad \text{答え} \quad \frac{49}{675}$$

解説 (1) 分子が等しければ、分母の大きな方が小さな分数なので、 $\frac{27}{2026} < \frac{27}{2025}$ です。

同様に考えると、 $\frac{1999}{2026} < \frac{1999}{2025}$ なので、

$$\frac{26}{2025} = 1 - \frac{1999}{2025} < 1 - \frac{1999}{2026} = \frac{27}{2026}$$

以上より、 $\frac{26}{2025} < \frac{27}{2026} < \frac{27}{2025}$ です。

また、 $\frac{75}{2025} < \frac{75}{2024} < \frac{76}{2025}$ であることも直ちに分かります。

したがって、 $\frac{27}{2026}$ より大きく $\frac{75}{2024}$ より小さい分数は、

$$\frac{27}{2025}, \frac{28}{2025}, \dots, \frac{74}{2025}, \frac{75}{2025}$$

の $75 - 27 + 1 = 49$ 個あります。

(2) (1) で調べた

$$\frac{27}{2025}, \frac{28}{2025}, \dots, \frac{74}{2025}, \frac{75}{2025}$$

の中に、約分すると分子が1になる分数が何個あるか考えます。分子が2025の約数であれば良いので、2025の約数を全て求めましょう。確かめのために、2025の約数の個数をまず調べます。2025を素因数分解すると

$$2025 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

で、3が4個、5が2個あるので、2025の約数の個数は

$$(4+1) \times (2+1) = 15 \text{ 個}$$

と求まります。実際、

$$\begin{aligned} 2025 &= 1 \times 2025 \\ &= 3 \times 675 \\ &= 5 \times 405 \\ &= 9 \times 225 \\ &= 15 \times 135 \\ &= 25 \times 81 \\ &= 27 \times 75 \\ &= 45 \times 45 \end{aligned}$$

なので、2025の約数は1, 3, 5, 9, 15, 25, 27, 45, 75, 81, 135, 225, 405, 675, 2025の15個あります。このうち、27以上75以下のものは、27, 45, 75の3個です。

(3) (2) で調べた3個の分数を足すと、

$$\frac{27}{2025} + \frac{45}{2025} + \frac{75}{2025} = \frac{49}{675}$$