

答 3

解説 $\frac{41}{333} = 41 \div 333 = 0.123123123\cdots$ のように、 $\frac{41}{333}$ を小数に書き直すと、小数点より後には123がくり返し並びます。

このとき、 $8010 \div 3 = 2670$ なので、123が小数点より後にちょうど2670回並ぶと小数第8010位であると分かるため、小数第8010位の数字は3です。

別解 $\frac{1}{999} = 0.001001001\cdots$ のように、 $\frac{1}{999}$ を小数に書き直すと、小数点より後には001がくり返し並びます。これより、

$$\frac{41}{333} = \frac{123}{999} = \frac{1}{999} \times 123 = 0.123123123\cdots$$

と計算できます。また、8010が3の倍数であることは、各位の数を足して、 $8+0+1+0=9$ が3の倍数であることから分かります。以上より、小数第8010位の数字は3です。

補足 「各位の数を足した和が3の倍数であれば元の整数も3の倍数である」と分かるように、次の①と②も成り立ちます。

- ① 各位の数を足した和が3で割ると1あまる数であれば元の整数も3で割ると1あまる数である。
- ② 各位の数を足した和が3で割ると2あまる数であれば元の整数も3で割ると2あまる数である。

今回の問題に出て来た $\frac{41}{333} = 0.123123123\cdots$ の小数第202502位の数字を求めてみましょう。

$$2 + 0 + 2 + 5 + 0 + 2 = 11$$

が3で割ると2あまる数なので、202502も3で割ると2あまる数です。したがって、 $\frac{41}{333}$ の小数第202502位の数字は2です。

9の倍数についても、「各位の数を足した和が9の倍数であれば元の整数も9の倍数である」ことが言えます。また、 x を1以上8以下の整数とするとき、「各位の数を足した和が9で割ると x あまる数であれば元の整数も9で割ると x あまる数である」ということが成り立ちます。