答 (1)　(436125, 4) は $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}$，(436125, 6) は $\boxed{1}\boxed{6}\boxed{5}\boxed{4}\boxed{3}\boxed{2}$

(2)　(154263, 5) は $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}$，(154263, 2023) は $\boxed{1}\boxed{6}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{3}\boxed{4}$

(3)　60

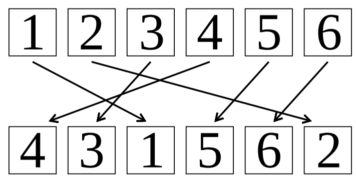
(4)　214635

(5)　76 通り

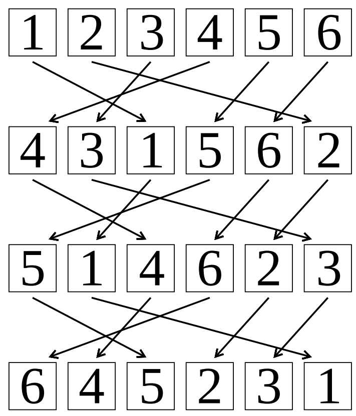
(6)　220 通り

解説　問題文中に例として挙げてある，(362145, 3) が $\boxed{6}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{1}$ であることを最初に確認しましょう。

シャッフル数が 362145 なので，与えられたカードは左からそれぞれ順に，新たに左から 3 番目，6 番目，2 番目，1 番目，4 番目，5 番目に並べ直されます。最初に与えられているカードが $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}$ なので，シャッフルを 1 回行うと，



のようにカードの並べ直しが行われます。したがって，シャッフルを 3 回繰り返せば，



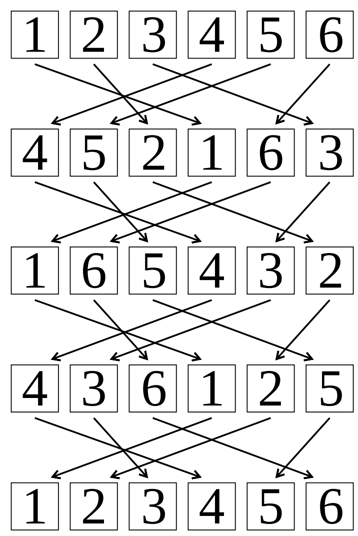
となるので，(362145, 3) が $\boxed{6}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{1}$ であることが分かります。

(1)　シャッフル数が 436125 なので，シャッフルを 4 回行う手順は右のように書けて，(436125, 4) は $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}$ です。

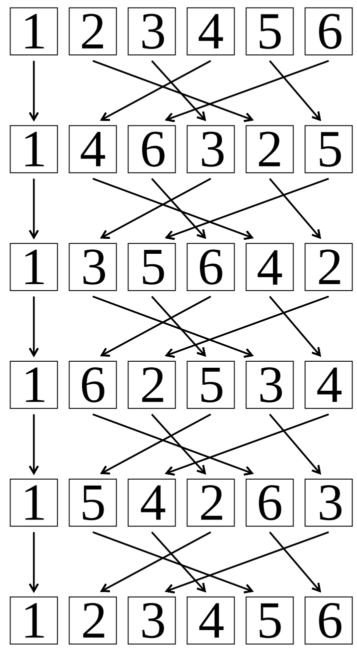
このように，シャッフルを 4 回行うとカードの並びが最初の状態に戻ると分かるので，最初のカードの並びからシャッフルを 6 回行うと，

$$6 \div 4 = 1 \text{あまり} 2$$

より，シャッフルを 2 回行ったときと同様に $\boxed{1}\boxed{6}\boxed{5}\boxed{4}\boxed{3}\boxed{2}$ と並ぶことが分かります。



(2)　シャッフル数が 154263 なので，シャッフルを 5 回行う手順は右のように書けて，(154263，5) は $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ です。

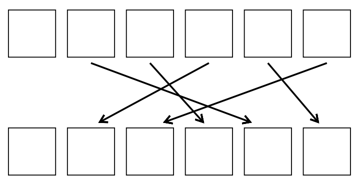


　このように，シャッフルを 5 回行うとカードの並びが最初の状態に戻る（もど）と分かるので，最初のカードの並びからシャッフルを 2023 回行うと，

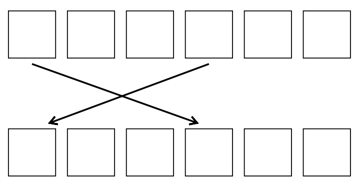
$$2023 \div 5 = 404 \text{ あまり } 3$$

より，シャッフルを 3 回行ったときと同様に $\boxed{1}$ $\boxed{6}$ $\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ と並ぶことが分かります。

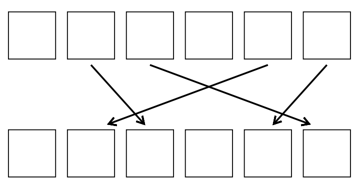
(3)　(2) でシャッフルを 5 回行うとカードの並びが最初の状態に戻ったのは，$\boxed{1}$ 以外のカードのシャッフルの仕方



が，シャッフル 5 回で 1 巡（じゅん）するように定められているからです。(1) では $\boxed{1}$ と $\boxed{4}$ のカードのシャッフルの仕方

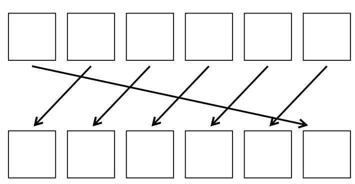


が，シャッフル 2 回で 1 巡，また，$\boxed{2}$ と $\boxed{3}$ と $\boxed{5}$ と $\boxed{6}$ のカードのシャッフルの仕方



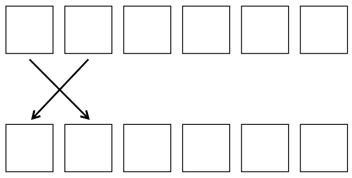
が，シャッフル 4 回で 1 巡するように定められており，2 と 4 の最小公倍数である 4 回で全体のカードの並びが最初の状態に戻っています。

　カードは全部で 6 枚なので，今述べたような 1 巡するシャッフルの回数は，最も多くても 6 回です。たとえば次のようにシャッフルの仕方を定めれば，6 回のシャッフルで 1 巡します。



　以上のように考えると，シャッフル数が何であっても全体のカードの並びが最初の状態に戻る最も少ないシャッフルの回数は，1 と 2 と 3 と 4 と 5 と 6 の最小公倍数である 60 回であることが分かります。

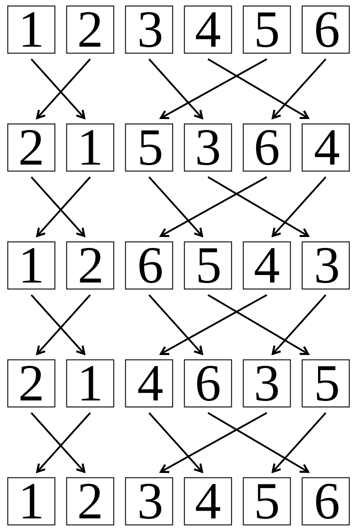
(4)　シャッフル数の十万の位が２，一万の位が１であることから，



のようなカードの入れ替えが行われます。与えられたカードの並びから，残り４枚のカードについては，４回のシャッフルで１巡すると考えられるので，

$$2023 \div 4 = 505 \text{ あまり } 3$$

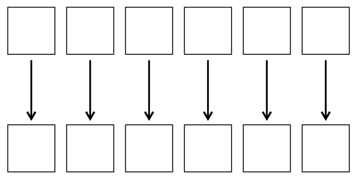
より，シャッフル３回で $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ の並びが $\boxed{4}$ $\boxed{6}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ になるようなシャッフルの仕方を考えます。これは右に書いたように定まります。なぜなら，４回のシャッフルで全体のカードの並びは $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ に戻っているので，その１回前の並びが $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ $\boxed{4}$ $\boxed{6}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ であるためには，矢印を右のように定める他ないからです。



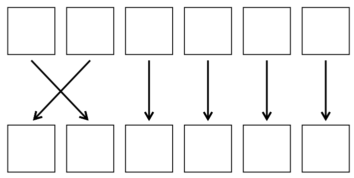
　このとき，シャッフル数は214635です。

(5)　次の (i)〜(iv) の場合に分けて考えます。

(i) 右のようにシャッフル数が123456の場合が１通りあります。



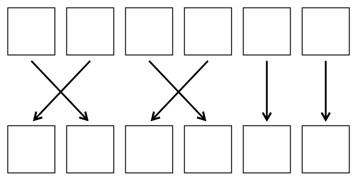
(ii) 例えば右のようにシャッフル数が213456の場合が考えられます。このように，６枚のカードのうち２枚１組で入れ替えを行うシャッフルの仕方は，６枚のうち２枚を選ぶ選び方を考えると，



$$6 \times 5 \div 2 = 15 \text{ 通り}$$

あります。

(iii) 例えば右のようにシャッフル数が214356の場合が考えられます。このように，６枚のカードのうち２枚ずつ２組それぞれの組で入れ替えを行うシャッフルの仕方を考えます。６枚のうち２枚を選ぶ選び方は

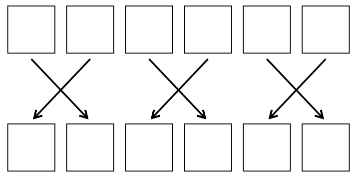


$$6 \times 5 \div 2 = 15 \text{ 通り}$$

です。次に，残り４枚のうち２枚を選ぶ選び方は

$$4 \times 3 \div 2 = 6 \text{ 通り}$$

ですが，$15 \times 6 = 90$ 通りと計算すると，例えば最初に $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ を選び次に $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ を選ぶ場合と，最初に $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ を選び次に $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ を選ぶ場合が，別々に数えられてしまいます。これら２通りはまとめて１通りとするべきなので，$90 \div 2 = 45$ 通りが見つかります。



(iv) 例えば右のようにシャッフル数が214365の場合が考えられます。このように，6枚のカードのうち2枚ずつ3組それぞれの組で入れ替えを行うシャッフルの仕方を考えます。6枚のうち2枚を選ぶ選び方は

$$6 \times 5 \div 2 = 15\text{通り}$$

です。次に，残り4枚のうち2枚を選ぶ選び方は

$$4 \times 3 \div 2 = 6\text{通り}$$

です。さらに，残り2枚のうち2枚を選ぶ選び方は1通りです。これらをかけ算して $15 \times 6 \times 1 = 90$ 通りと計算すると，例えば

最初に $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ を選び次に $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ を選び次に $\boxed{5}$ と $\boxed{6}$ を選ぶ場合
最初に $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ を選び次に $\boxed{5}$ と $\boxed{6}$ を選び次に $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ を選ぶ場合
最初に $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ を選び次に $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ を選び次に $\boxed{5}$ と $\boxed{6}$ を選ぶ場合
最初に $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ を選び次に $\boxed{5}$ と $\boxed{6}$ を選び次に $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ を選ぶ場合
最初に $\boxed{5}$ と $\boxed{6}$ を選び次に $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ を選び次に $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ を選ぶ場合
最初に $\boxed{5}$ と $\boxed{6}$ を選び次に $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ を選び次に $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ を選ぶ場合

が，別々に数えられてしまいます。これら6通りはまとめて1通りとするべきなので，$90 \div 6 = 15$ 通りが見つかります。

以上より，$1 + 15 + 45 + 15 = 76$ 通りを答えます。

(6)　(5) で求めた76通りはシャッフル2回で全体のカードの並びが最初の状態に戻ります。ゆえに，シャッフル $2 \times 5 = 10$ 回でもカードの並びが最初の状態に戻ります。したがって，これら76通りは答えに含(ふく)まれます。

次に，(2) で調べたような，シャッフル5回で全体のカードの並びが最初の状態に戻る場合を考えます。この場合もシャッフル $5 \times 2 = 10$ 回でカードの並びが最初の状態に戻るからです。6枚のうち5枚のカードを選ぶ選び方は，6枚のうちどれか1枚以外と考えると，6通りあります。このとき，例えば $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ と $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ と $\boxed{5}$ を選んだとしましょう。$\boxed{6}$ のカードは動かさずに止めておいて，$\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ までのカードがちょうど5回のシャッフルで1巡するようなシャッフルの仕方が何通りあるかを考えます（どのカードも動かさないという場合はすでに (5) で調べてあることに注意しましょう）。

最初が $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}$ の状態から考えると，$\boxed{1}$ のカードは左から1番目以外に行くので4通りの移動ができます。このとき，$\boxed{1}$ がもし左から2番目に移動したとすると，$\boxed{2}$ のカードは左から1番目と2番目以外に行く（もし $\boxed{2}$ が左から1番目に行くと $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ の入れ替えになってしまう）ので3通りの移動ができます。$\boxed{2}$ がもし左から3番目に移動したとすると，$\boxed{3}$ のカードは左から1番目と2番目と3番目以外に行くので2通りの移動ができます。$\boxed{3}$ がもし左から4番目に移動したとすると，$\boxed{4}$ のカードは左から5番目に行くしかないので移動の仕方は1通りです。このとき $\boxed{5}$ のカードは左から1番目に移動することになります。

このように考えると，$\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ までのカードがちょうど5回のシャッフルで1巡するようなシャッフルの仕方は，

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 24\text{通り}$$

あることが分かります。先に調べたように，5枚のカードの選び方は6通りなので，シャッフル5回で全体のカードの並びが最初の状態に戻る場合は全部で

$$6 \times 24 = 144\text{通り}$$

あります。これに (5) で求めた76通りを足し合わせて，

$$144 + 76 = 220\text{通り}$$

が答えです。