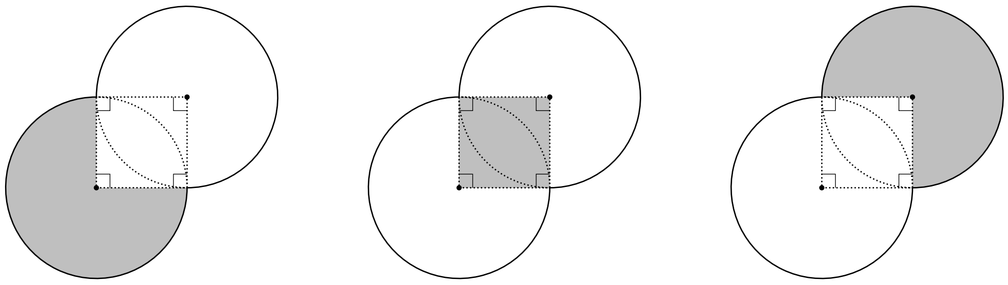
答　① A＋A の面積は $51.39\,\mathrm{cm}^2$　A＋B の面積は $51.975\,\mathrm{cm}^2$　B＋B の面積は $63\,\mathrm{cm}^2$

② B を 4 個使う。作った図形の面積は $251.91\,\mathrm{cm}^2$

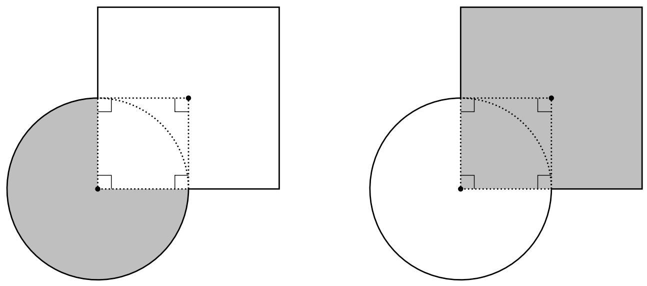
解説　①　A＋A の面積は，次の図の色をつけた部分 3 ヶ所の面積の和になります。



半径 3 cm 中心角 270 度のおうぎ形が 2 個と，1 辺 3 cm の正方形があるので，面積の和は，

$$3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{3}{4} \times 2 + 3 \times 3 = 51.39\,\mathrm{cm}^2$$

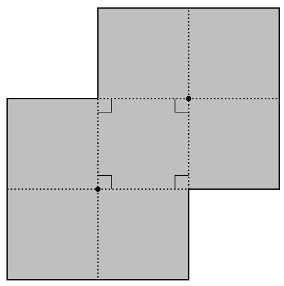
また，A＋B の面積は，次の図の色をつけた部分 2 ヶ所の面積の和になります。



半径 3 cm 中心角 270 度のおうぎ形と，1 辺 6 cm の正方形があるので，面積の和は，

$$3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{3}{4} + 6 \times 6 = 57.195\,\mathrm{cm}^2$$

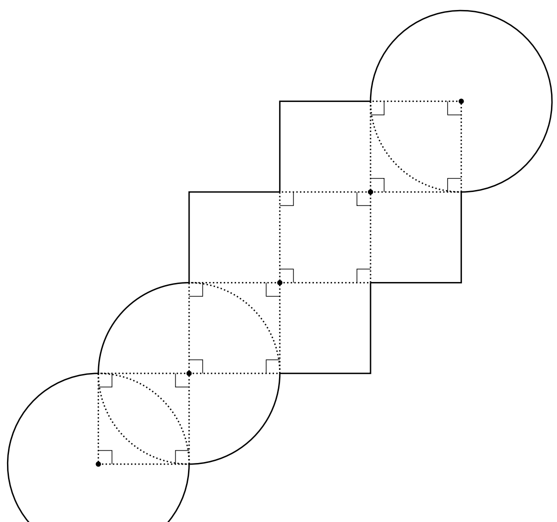
さらに，B＋B の面積は，次の図の色をつけた部分の面積になります。



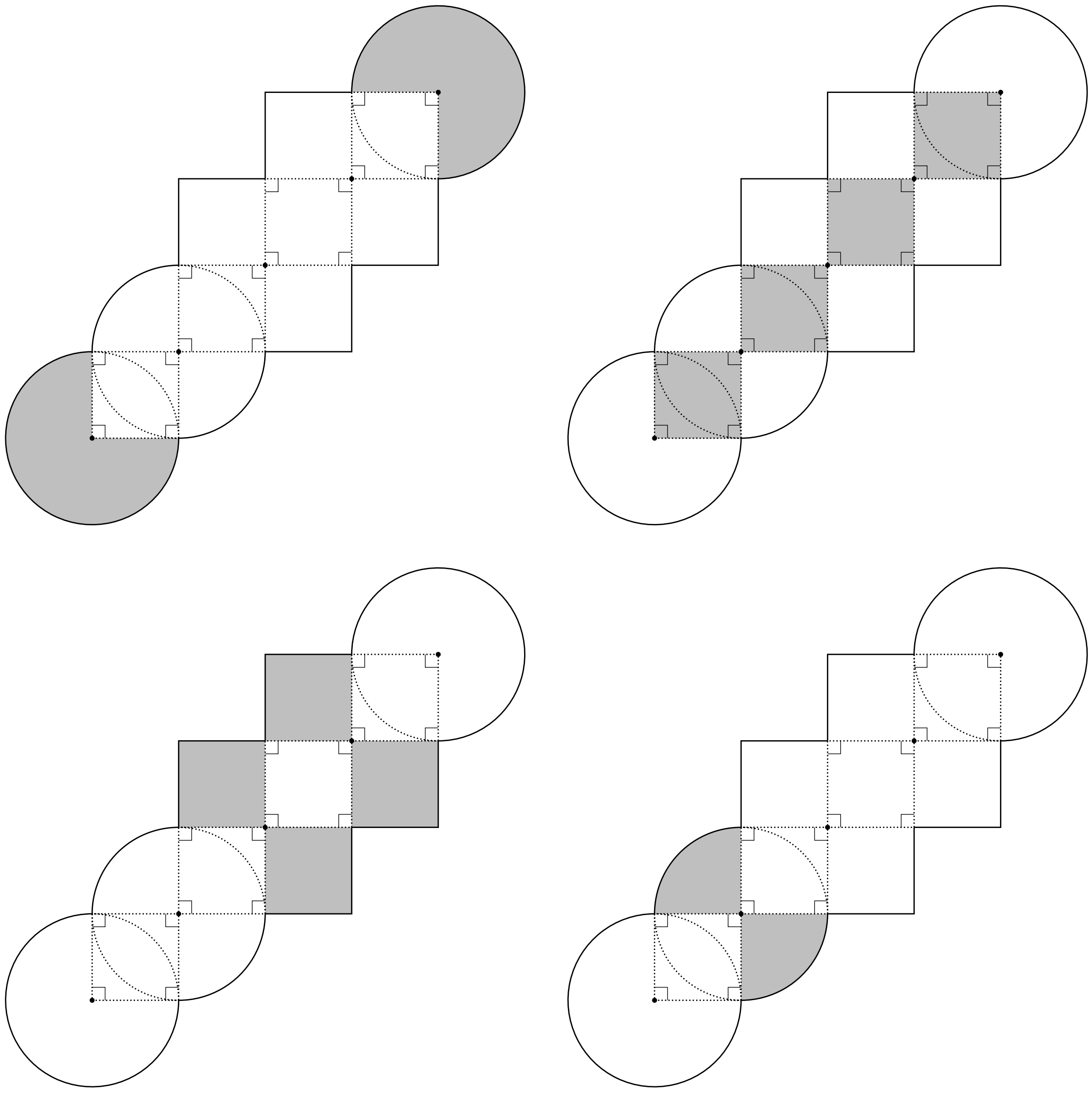
1 辺 3 cm の正方形が 7 個あるので，面積は，

$$3 \times 3 \times 7 = 63\,\mathrm{cm}^2$$

②　問題を解き始める前に，例えば次の図のように，A と B を合わせて 5 個並べた図の面積の求め方を考えてみましょう。



次の図の色のついた部分の面積の和を考えれば良いと分かります。



左上の図では半径 3 cm 中心角 270 度のおうぎ形 2 個の面積を求めます。右上の図では 1 辺 3 cm の正方形 4 個（図形を 5 個並べた間の数）の面積を求めます。左下の図では B 1 個につき 1 辺 3 cm の正方形が 2 個見つかり，B を 2 個並べてあるので，1 辺 3 cm の正方形が全部で $2 \times 2 = 4$ 個の面積を求めます。右下の図では最初と最後に並べた A 以外の A 1 個に対し四分円 $\left(\text{円の}\ \dfrac{1}{4}\right)$ が 2 個，つまり，半円 1 個の面積を求めます。こうして求めたそれぞれの面積の合計を計算すれば，A と B を合わせて 5 個並べた図の面積になります。

さて，今度は問題文で問われている，A と B が合わせて 10 個並んだ図を考えてみましょう。最初と最後に，半径 3 cm 中心角 270 度のおうぎ形 2 個があります。

$$3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{3}{4} \times 2 = 42.39\,\mathrm{cm}^2$$

また，10 個の間に，1 辺 3 cm の正方形が $10 - 1 = 9$ 個あります。

$$3 \times 3 \times 9 = 81\,\mathrm{cm}^2$$

問題の図形の面積が $250\,\mathrm{cm}^2$ 以上となるためには，残りの面積が

$$250 - (42.39 + 81) = 126.61\,\mathrm{cm}^2$$

以上でなければなりません。10 個のうち最初と最後に並んでいる 2 個の A を省くと，残りは 8 個になります。A □ 個と B △ 個の合計が 8 個であると考えることにしましょう。

「残りの面積」を考えると，この８個のうち A１個に対して半径 3 cm の四分円２個，つまり，半円１個分に色がつくので，面積は

$$3 \times 3 \times 3.14 \div 2 = 14.13\,\mathrm{cm}^2$$

増えます。また，B１個に対して１辺 3 cm の正方形２個に色がつくので，面積は

$$3 \times 3 \times 2 = 18\,\mathrm{cm}^2$$

増えます。こうして，$14.13 \times \square + 18 \times \triangle$ が 126.61 以上となる，最も小さな $\triangle$ が求める B の個数であると分かりました。

$\square = 0$，$\triangle = 8$ の場合を考えると，

$$14.13 \times \square + 18 \times \triangle = 14.13 \times 0 + 18 \times 8 = 144$$

また，$\square = 1$，$\triangle = 7$ の場合を考えると，

$$14.13 \times \square + 18 \times \triangle = 14.13 \times 1 + 18 \times 7 = 140.13$$

なので，$\triangle$ から $\square$ に１移すごとに，面積の合計が $144 - 140.13 = 3.87$ 減ることが分かります（あるいは，$18 - 14.13 = 3.87$ 減ると考えることもできます)。144 と 126.61 の差は 17.39 なので，

$$17.39 \div 3.87 = 4 \text{ あまり } 1.91$$

より，$\square = 0$，$\triangle = 8$ の状態から，$\triangle$ から $\square$ に４まで移せることになるため，求める B の個数は

$$8 - 4 = 4 \text{ 個}$$

になります。このとき A は，最初と最後に並んだ２個 に間の４個を加えた６個あります。A と B を合わせて 10 個並べてある，問題の図の面積は，今までの議論をまとめると，

$$42.39 + 81 + 14.13 \times 4 + 18 \times 4 = 251.91\,\mathrm{cm}^2$$

と求まります。