

- 答 (1) Aさん : 6.2分, Bさん : 7.44分
 (2) 1回目 : $1\frac{38}{55}$ 分後, 2回目 : $3\frac{21}{55}$ 分後
 (3) $4\frac{21}{22}$ 分後

解説 (1) Aさんが進む内側の道の1周は

$$100 \times 3.1 = 310 \text{ m}$$

Aさんの分速は毎分 50 m なので, 1周にかかる時間は

$$310 \div 50 = 6.2 \text{ 分}$$

また, Bさんが進む外側の道の1周は

$$120 \times 3.1 = 372 \text{ m}$$

Bさんの分速は毎分 50 m なので, 1周にかかる時間は

$$372 \div 50 = 7.44 \text{ 分}$$

- (2) AさんとBさんが同時に出発したときより後で1回目にベルが鳴るのは, 右の図のように, AさんとBさんそれぞれの進んだ弧に対応する中心角の和が180度になるときです。そこで, Aさんの進む速さを中心角で表すと, (1)より6.2分で1周, つまり, 360° 進むから,

$$360 \div 6.2 = \frac{3600}{62} = \frac{1800}{31} \text{ 度/分}$$

また, Aさんが進む道とBさんが進む道の半径はそれぞれ50mと60mなので, AさんとBさんが同じ速さで進むのであれば, 同じ時間かけてAさんが進んだ弧の長さとおBさんが進んだ弧の長さは等しくなります。等しい弧の長さを得るためには, 中心角の比は半径の比の逆比6:5でなければなりません。したがって, Bさんの進む速さを中心角で表すと, Aさんの速さの $\frac{5}{6}$ 倍で,

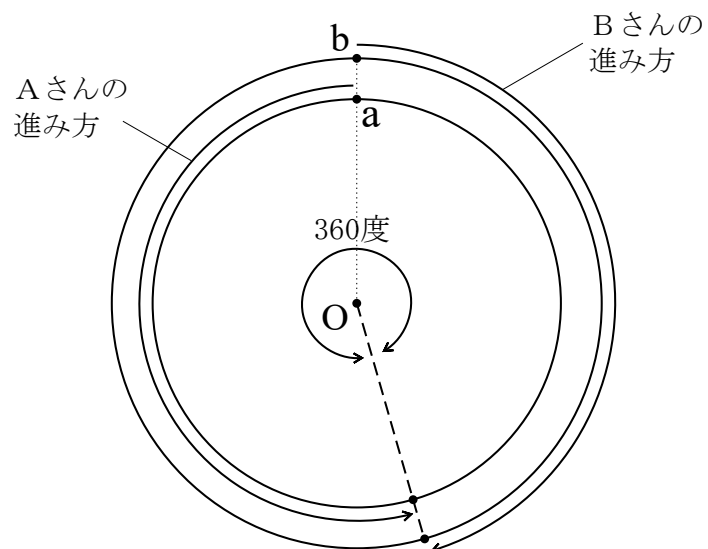
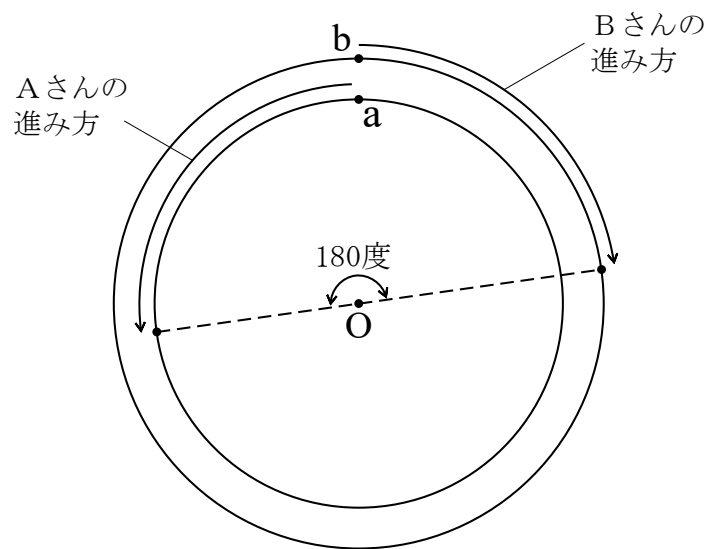
$$\frac{1800}{31} \times \frac{5}{6} = \frac{1500}{31} \text{ 度/分}$$

2人が合わせて180度進むのは, 出発してから,

$$180 \div \left(\frac{1800}{31} + \frac{1500}{31} \right) = 180 \times \frac{31}{3300} = \frac{93}{55} = 1\frac{38}{55} \text{ 分後}$$

次に, AさんとBさんが同時に出発したときより後で2回目にベルが鳴るのは, 右の図のように, AさんとBさんそれぞれの進んだ弧に対応する中心角の和が360度になるときです。360度は180度の2倍なので, 出発してから2回目にベルが鳴るまでの時間は, 出発してから1回目にベルが鳴るまでの時間の2倍かかります。

$$1\frac{38}{55} \times 2 = 2\frac{76}{55} = 3\frac{21}{55} \text{ 分後}$$



(3) (2)と同様に考えると、2人が同時に出発してから合わせて中心角180度移動するごとにベルが鳴ると分かります。5回目のベルが鳴るのは合計 $180 \times 5 = 900$ 度進んだときです。

もし2人が途中で速さを毎分50mから毎分70mに変えていなければ、(2)で調べたように $1\frac{38}{55}$ 分ごとにベルが鳴るため、5回目のベルが鳴るのは出発してから

$$1\frac{38}{55} \times 5 = 5\frac{38}{11} = 8\frac{5}{11} \text{ 分後}$$

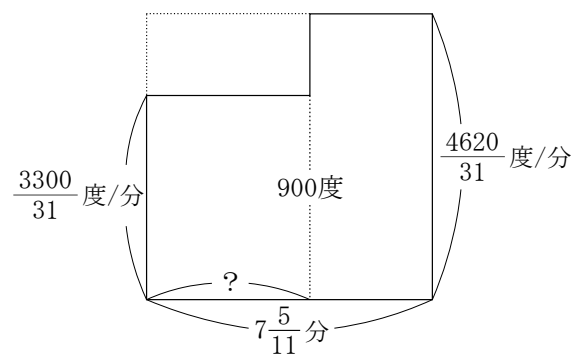
しかし、実際は途中で速さを変え、かかる時間が1分短くなったので、

$$8\frac{5}{11} - 1 = 7\frac{5}{11} \text{ 分後}$$

次に、道を進む速さを毎分50mから毎分70mに変えた(速さの比は5:7)ことで、2人それぞれの進みを表す中心角の速さの和が(2)で求めた毎分 $\frac{3300}{31}$ 度から毎分 \square 度に変化したとすると、

$$\frac{3300}{31} : \square = 5 : 7 \quad \square = \frac{3300 \div 5 \times 7}{31} = \frac{4620}{31} \text{ 度/分}$$

進んだ中心角の合計900度と進んだ時間の合計 $7\frac{5}{11}$ 分が分かっている、途中で速さの和が毎分 $\frac{3300}{31}$ 度から毎分 $\frac{4620}{31}$ 度に変化しているので、速さのつるかめ算の面積図が右のように描けます。図中の?の時間が、求める時間です。



$$\frac{4620}{31} \times 7\frac{5}{11} = \frac{4620}{31} \times \frac{82}{11} = \frac{34440}{31}$$

$$\frac{34440}{31} - 900 = \frac{34440 - 27900}{31} = \frac{6540}{31}$$

これが面積図左上の空いている長方形の面積を表すので、求める時間は

$$\frac{6540}{31} \div \left(\frac{4620}{31} - \frac{3300}{31} \right) = \frac{6540}{31} \times \frac{31}{1320} = \frac{109}{22} = 4\frac{21}{22} \text{ 分後}$$