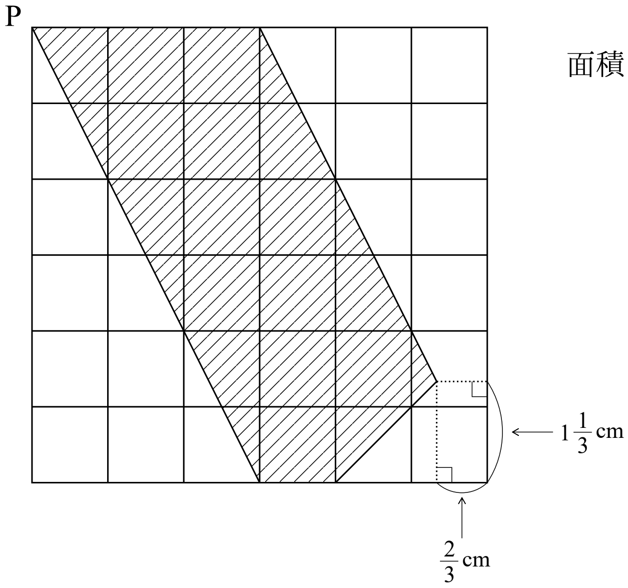
答 (1)　7

(2)　87 cm^3

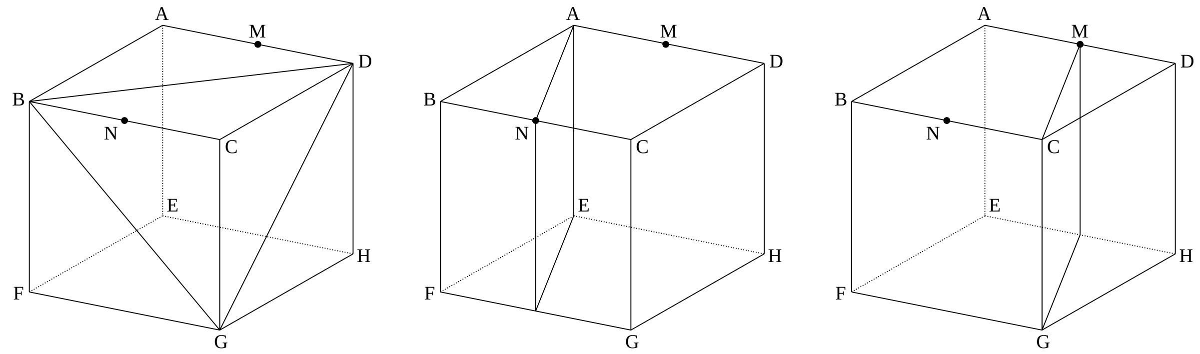
(3)



面積　$16\frac{2}{3}$ cm^2

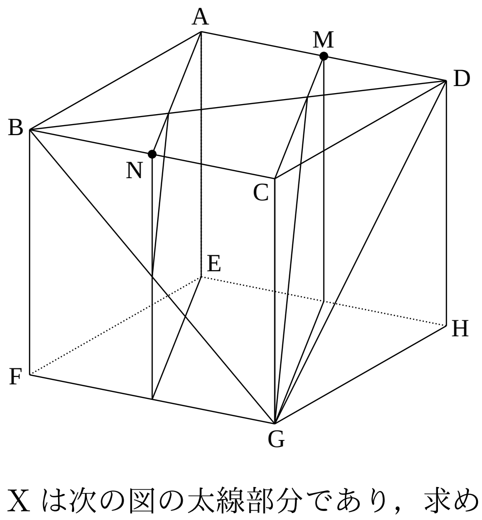
解説 (1)　問題文で指定されている切り口はそれぞれ次のように描けます。

3点B，D，Gを通る平面　3点A，N，Eを通る平面　3点M，C，Gを通る平面

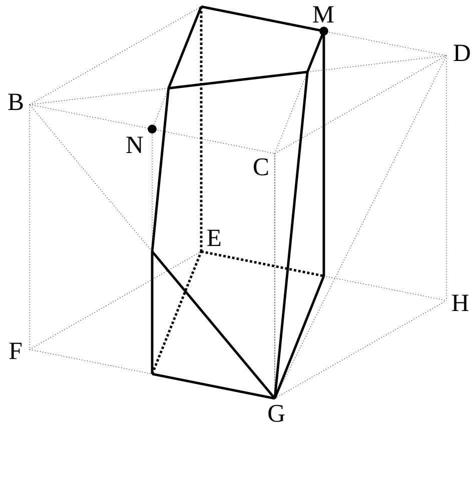


（辺FGの中点を通る）　（辺EHの中点を通る）

総合すると，立方体は次のように6つの立体に切り分けられると分かります。

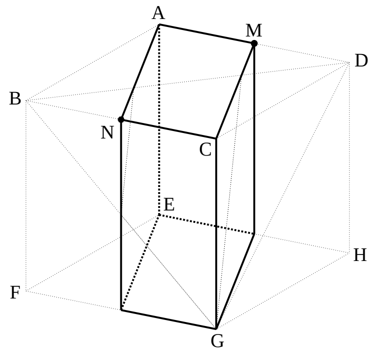


このうち，辺AMを含む立体Xは次の図の太線部分であり，求める面の数は7です。

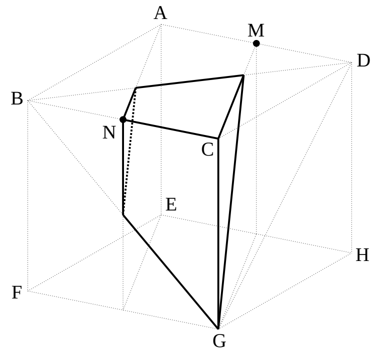


(2)　立体 X の体積は，次の図にそれぞれ太線で描いた立体❶の体積と立体❷の体積の差であると考えられます。

立体❶



立体❷

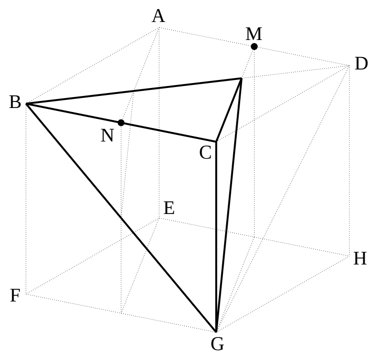


立体❶の体積は

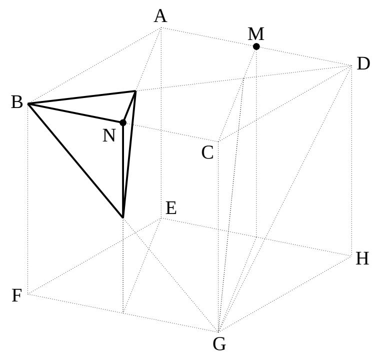
$$(\text{平行四辺形 ANCM の面積}) \times (\text{BF の長さ}) = 3 \times 6 \times 6 = 108\,\text{cm}^2$$

です。立体❷の体積は，次の図にそれぞれ太線で描いた立体❸の体積と立体❹の体積の差であると考えられます。

立体❸



立体❹

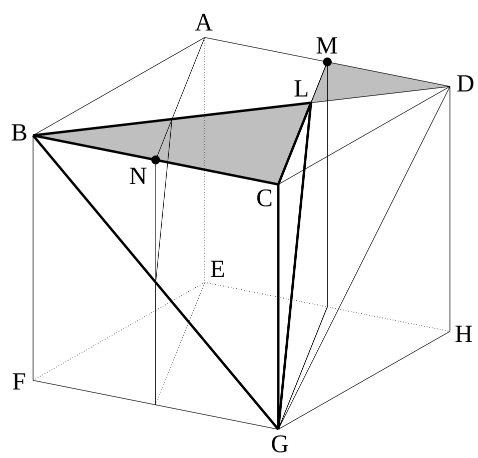


立体❸と立体❹は相似比が $2:1$ である相似な立体図形です。したがって，体積比は

$$(2 \times 2 \times 2) : (1 \times 1 \times 1) = 8 : 1$$

よって，立体❸の体積と立体❹の体積の差は，立体❸の体積の $\dfrac{8-1}{8} = \dfrac{7}{8}$ 倍です。

次の図にグレーで描いた相似な三角形に注目し，BD と CM の交わる点を L とすると，BL : LD = BC : DM = 2 : 1 です。



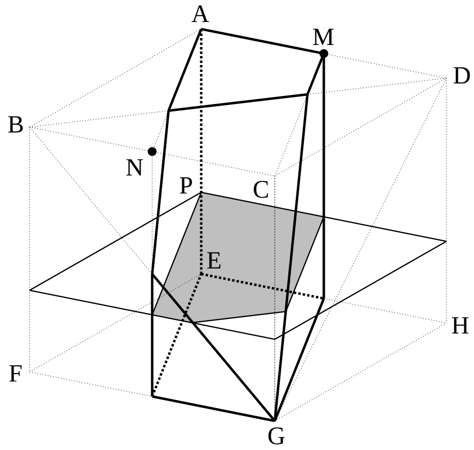
したがって，三角形 BCL と三角形 CDL の面積比も 2 : 1 であると分かります。ゆえに，三角錐G-BCL と三角錐 G-CDL の体積比も 2 : 1 です。以上より，

$$\text{立体❸の体積は，}(\text{三角錐 G-BCD の体積}) \times \frac{2}{3} = 36 \times \frac{2}{3} = 24\,\text{cm}^3$$

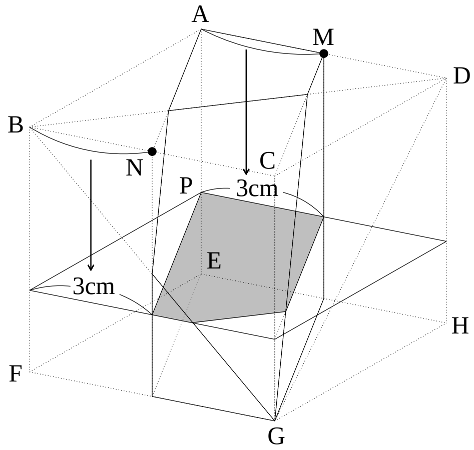
$$\text{立体❸の体積と立体❹の体積の差は，}24 \times \frac{7}{8} = 21\,\text{cm}^3$$

なので，答えは $108 - 21 = 87\,\text{cm}^3$ と求まります。

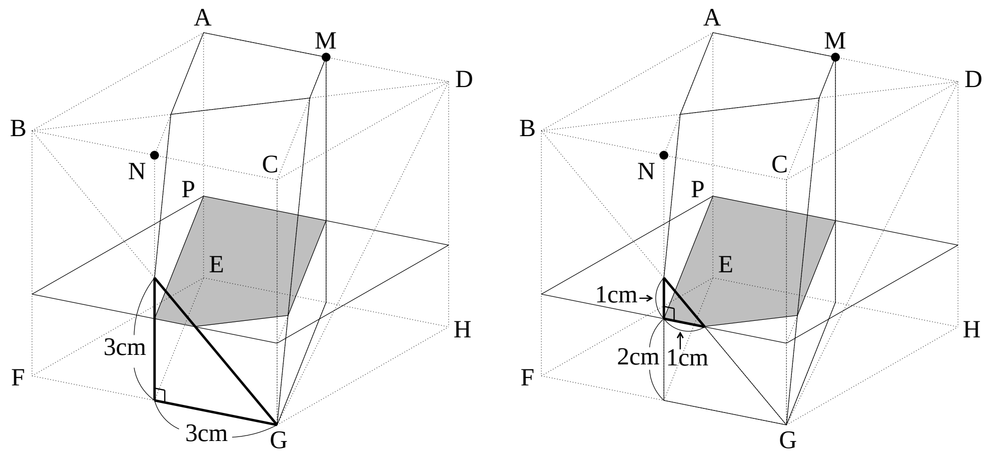
(3)　切り口は次の図のグレーの部分です。



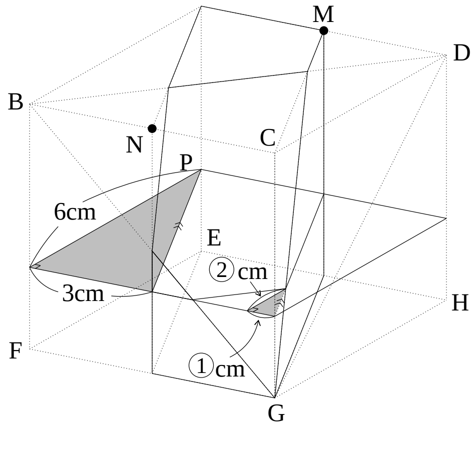
最初に，次の図のように長さ 3 cm がそれぞれ分かります。



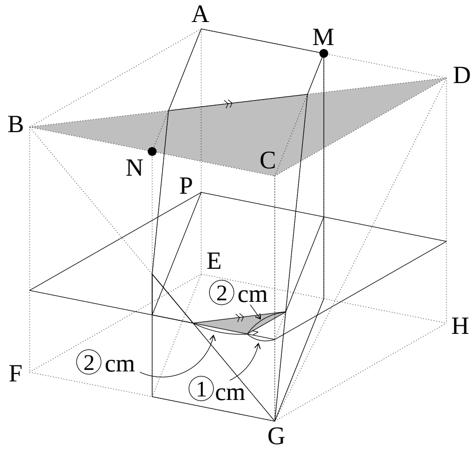
また，次の図にそれぞれ太線で描いた直角二等辺三角形が見つかり，考えている切り口の１辺の長さが 1 cm であると分かります。



さらに，次の図のように相似な三角形が見つかり，3 : 6 = 1 : 2 であることから①cm と②cm が書き込めます。

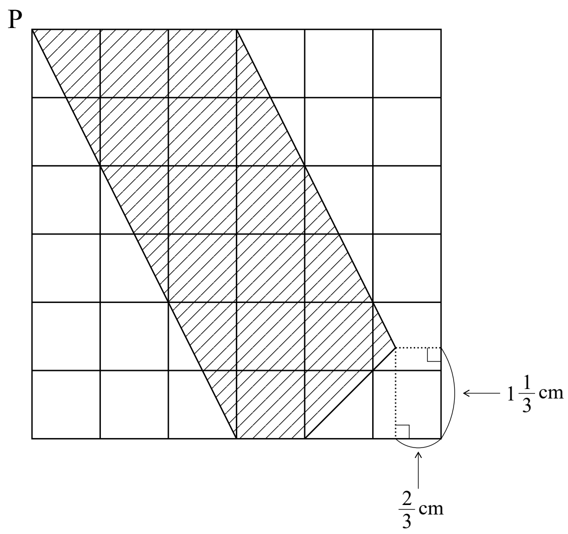


またさらに，次の図のように相似な三角形が見つかり，どちらも直角二等辺三角形であるので，新たに②cm が書き込めます。



こうして，② + ① = ③ cm と $3-1=2$ cm は等しいことが分かり，① = $\dfrac{2}{3}$ cm が得られます。

以上より，解答の図



が描けます。面積については，次の図にそれぞれ太線で描いた平行四辺形と三角形の面積の差を計算すると，

$$3 \times 6 - 2 \times 1\frac{1}{3} \div 2 = 16\frac{2}{3}\ \mathrm{cm}^2$$

と求めることができます。