

- 答 (1) 20個
 (2) 171個
 (3) 11個
 (4) 205個

解説 (1) 百の位の数^{ひゃく}が9である整数 A の、十の位の数^{じゅう}を L、一の位の数^{いち}を M とすると、和 $9 + L + M$ は積 $9 \times L \times M$ 以上です。ここで、和 $9 + L + M$ が最大で $9 + 9 + 9 = 27$ なので、 $L \times M$ は最大でも $27 \div 9 = 3$ であることが分かります。

- $L \times M = 0$ の場合、900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 920, 930, 940, 950, 960, 970, 980, 990 の 19 個が整数 A として考えられます。
 - $L \times M = 1$ の場合、911 の 1 個が整数 A として考えられます。
 - $L \times M = 2$ の場合、A として考えられる整数はありません。
 - $L \times M = 3$ の場合、A として考えられる整数はありません。
- 以上より、求める個数は $19 + 1 = 20$ 個です。

(2) 各位の数^{各位}の積が 0 なので、各位の数^{各位}の和は、必ず各位の数^{各位}の積以上です。そのため、「3 桁の数^{けた}の中に 0 を含む」という条件を満たす、3 桁の整数の個数が求めれば良いと分かります。

3 桁の整数は 100 から 999 までの 900 個あります。このうち、いずれの位の数も 0 でない整数が何個あるか考えると、各位の数^{各位}はいずれも 1 から 9 までの 9 通りなので、 $9 \times 9 \times 9 = 729$ 個あります。したがって、求める個数は $900 - 729 = 171$ 個です。

- (3) – 百の位の数^{ひゃく}が 1 である場合。与えられた条件から 111 が考えられて、これは整数 A の条件を満たしています。
- 百の位の数^{ひゃく}が 2 である場合。与えられた条件と整数 A の条件を共に満たす整数は 211 と 221 です。
- 百の位の数^{ひゃく}が 3 である場合。与えられた条件と整数 A の条件を共に満たす整数は 311 と 321 です。
- 百の位の数^{ひゃく}が 4 である場合。与えられた条件と整数 A の条件を共に満たす整数は 411 です。
- 百の位の数^{ひゃく}が 5 である場合。与えられた条件と整数 A の条件を共に満たす整数は 511 です。
- 百の位の数^{ひゃく}が 6 である場合。与えられた条件と整数 A の条件を共に満たす整数は 611 です。
- 百の位の数^{ひゃく}が 7 である場合。与えられた条件と整数 A の条件を共に満たす整数は 711 です。
- 百の位の数^{ひゃく}が 8 である場合。与えられた条件と整数 A の条件を共に満たす整数は 811 です。
- 百の位の数^{ひゃく}が 9 である場合。与えられた条件と整数 A の条件を共に満たす整数は 911 です。
- 以上より、求める個数は 11 個です。

(4) (2) で求めた 171 個に、(3) で求めた 11 個の整数それぞれの各位の数^{各位}を並べかえた整数の個数を加えて、答えを出します。

(3) で調べた 111 は各位の数^{各位}を並べかえても 111 の 1 個にしかありません。

211 の各位の数^{各位}を並べかえると 112, 121, 211 の 3 個ができます。同様に、221, 311, 411, 511, 611, 711, 811, 911 も 3 個ずつを見つけることができます。

321 の各位の数^{各位}を並べかえると 123, 132, 213, 231, 312, 321 の 6 個が見つかります。

以上より、求める個数は $171 + 1 + 3 \times 9 + 6 = 205$ 個です。