

- 答 (1) 90通り  
 (2) 1260通り  
 (3) 7通り  
 (4) 5通り

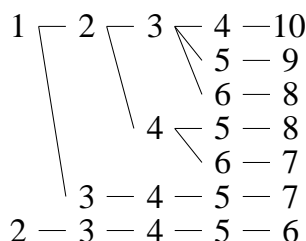
解説 (1) 聖さんの選ぶカードが10枚のカードのうち1枚で10通りあり、光さんの選ぶカードが残り9枚のうち1枚で9通りと考えると、全部で $10 \times 9 = 90$ 通りの組み合わせがあると考えられます。

(2) 聖さんの選ぶカードが10枚のカードのうち2枚で $10 \times 9 \div 2 = 45$ 通りあり、光さんの選ぶカードが残り8枚のうち2枚で $8 \times 7 \div 2 = 28$ 通りと考えると、全部で $45 \times 28 = 1260$ 通りの組み合わせがあると考えられます。

(3) 10枚のカードに書かれた数の和は、 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$ です。聖さんのカードに書かれた数の和は光さんのカードに書かれた数の和よりも15大きいので、

$$\begin{aligned} \text{聖さんのカードに書かれた数の和} &= (55 + 15) \div 2 = 35 \\ \text{光さんのカードに書かれた数の和} &= 35 - 15 = 20 \end{aligned}$$

したがって、5枚のカードに書かれた数の和が20になる場合の数が答えであると分かります。それは次の7通りです。



(4) 光さんのカードに書かれた数の積を□とすると、聖さんのカードに書かれた数の積は□×7です。このとき、

$$\square \times \square \times 7 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

なので、

$$\square \times \square = (2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6) \times (8 \times 9 \times 10) = 720 \times 720$$

より、 $\square = 720 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ と分かります。したがって、5枚のカードに書かれた数の積が720になる場合の数が答えであると分かります。素因数分解して現れる素数が2, 3, 5であることから、5枚のカードには偶数, 3の倍数, 5の倍数がそれぞれ少なくとも1枚ふくまれています。特に、3の倍数がふくまれていることから、3または6または9がふくまれています。また、5の倍数がふくまれていることから、5または10がふくまれています。大きな数に注目すると残りの数が小さくなって調べやすいので、ここでは9と10に注目する場合分けで調べてみましょう。

- ① 選んだ5枚のカードが9も10もふくむ場合。残り3枚のカードに書かれた数の積は $720 \div 9 \div 10 = 8$ で、そうなるのは $1 \times 2 \times 4 = 8$ の1通りだけです。
- ② 選んだ5枚のカードが9をふくむが10をふくまない場合。5の倍数のカードをふくむので5を選んでいきます。5と9以外の、残り3枚のカードに書かれた数の積は $720 \div 9 \div 5 = 16$ で、そうなるのは $1 \times 2 \times 8 = 16$ の1通りだけです。
- ③ 選んだ5枚のカードが9をふくまないが10をふくむ場合。720を素因数分解すると3が2回現れていたの、3と6を選んでいきます。したがって、3と6と10以外の、残り2枚のカードに書かれた数の積は $720 \div 3 \div 6 \div 10 = 4$ で、そうなるのは $1 \times 4 = 4$ の1通りだけです。
- ④ 選んだ5枚のカードに9も10もふくまれない場合。③と同様に、3と6を選んでいきます。残り3枚のカードに書かれた数の積は $720 \div 3 \div 6 = 40$ で、そうなるのは $1 \times 5 \times 8 = 40$ と $2 \times 4 \times 5 = 40$ の2通りです。

以上より、計 $1 + 1 + 1 + 2 = 5$ 通りが答えです。