

(2) 36分

(3) ア $82\frac{46}{47}$ イ $227\frac{17}{29}$

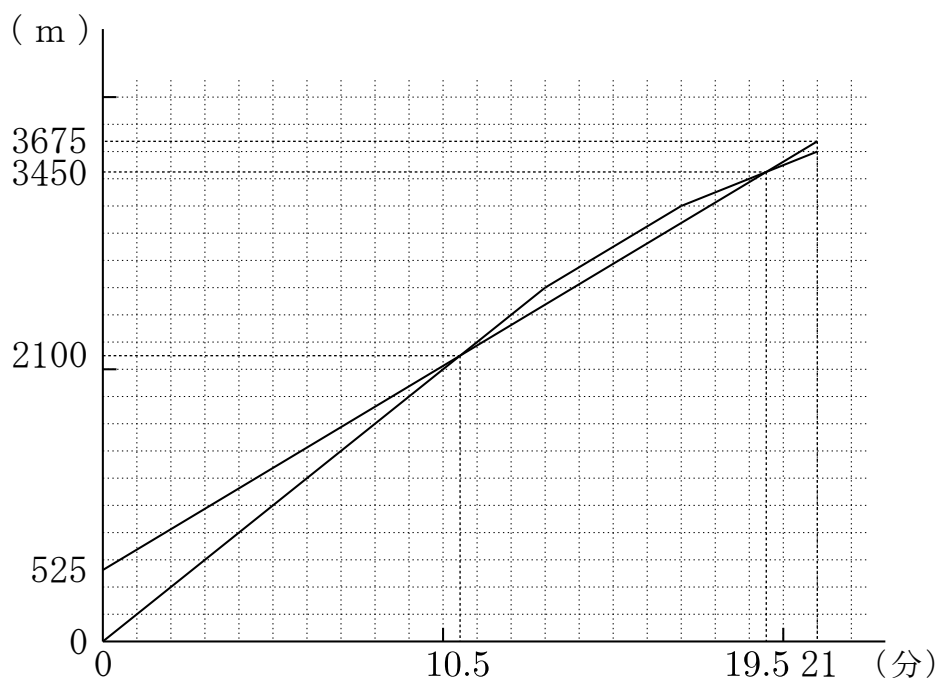
解説 (1) 出発してから $9 + 4 = 13$ 分間は毎分 200 m で移動しているので、 $200 \times 13 = 2600\text{ m}$ 移動します。さらに4分間、毎分 150 m で移動するので、出発してから $13 + 4 = 17$ 分の時点で P 地点から $2600 + 150 \times 4 = 3200\text{ m}$ の地点まで移動しています。そしてさらに4分間、毎分 100 m で移動するので、出発してから $17 + 4 = 21$ 分の時点で P 地点から $3200 + 100 \times 4 = 3600\text{ m}$ の地点まで移動しています。以上をふまえてグラフに記入します。

(2) 聖さんが出発した時点で光さんは聖さんの $150 \times 3.5 = 525\text{ m}$ 前方にいます。また、聖さんが出発してから21分後の時点で、光さんは P 地点から $525 + 150 \times 21 = 3675\text{ m}$ の地点にいることを確認しましょう。

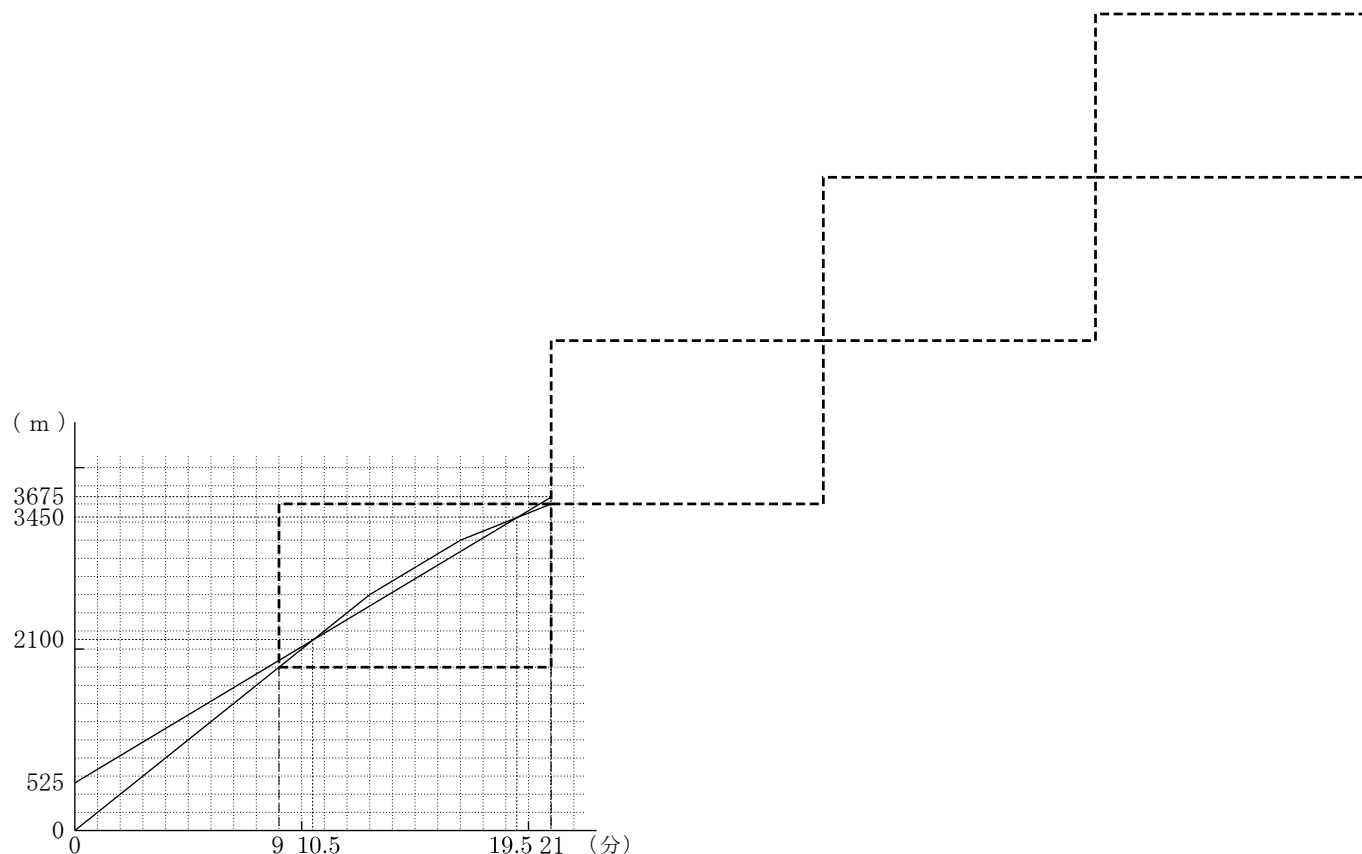
さらに、聖さんが出発してから $525 \div (200 - 150) = 10.5$ 分後に聖さんが光さんに追いつくこと、そしてそれは P 地点から $200 \times 10.5 = 2100\text{ m}$ の地点であることを確かめましょう。

聖さんが出発してから21分後の時点で、聖さんと光さんの間は $3675 - 3600 = 75\text{ m}$ 離れているので、その $75 \div (150 - 100) = 1.5$ 分前である、聖さんが出発してから $21 - 1.5 = 19.5$ 分の時点で光さんは聖さんに追いついています。それは P 地点から $3600 - 100 \times 1.5 = 3450\text{ m}$ の地点です。

以上述べたことを、(1) で調べた聖さんが出発してから21分間のグラフに光さんの動く様子のグラフも書き込んで表すと、次のようになります。



(2) の続き 聖さんが出発してから9分後から21分後までの $21 - 9 = 12$ 分間で、聖さんは $200 \times 4 + 150 \times 4 + 100 \times 4 = 1800$ m 進みます。聖さんはこの1800 m の移動をあと $(9000 - 3600) \div 1800 = 3$ 回繰り返して Q 地点に到着します。光さんは、聖さんが出発してから9分後から21分後までの12分間で、やはり $150 \times 12 = 1800$ m 進みます。こうして、聖さんが出発してから21分後より後の移動の様子について、以下のように、グラフに太い点線で囲んだ部分の周期が見つかることが分かります。



聖さんが出発してから9分後から21分後までの12分間で、聖さんの方が光さんよりも Q 地点側にいたのは10.5分後から19.5分後までの $19.5 - 10.5 = 9$ 分間なので、それがあと3回繰り返されて合計 $9 \times (1 + 3) = 36$ 分が答えです。

(3) (次のページに考えている状況を表すダイヤグラムをのせるので、参考にして下さい)

(2) で調べた周期について、聖さんは出発してから $21 + 12 = 33$ 分後の時点で P 地点から $3600 + 1800 = 5400$ m 離れた地点にいます。また、 $33 + 12 = 45$ 分後の時点で P 地点から $5400 + 1800 = 7200$ m 離れた地点にいます。

学さんの速さを調べます。

聖さんが出発してから33分後の時点で P 地点から5400 m 離れた地点に来るためには、学さんの速さは $(9000 - 5400) \div (33 - 20) = 3600 \div 13 = 276\frac{12}{13}$ m/分 でなければなりません。また、聖さんが出発してから45分後の時点で P 地点から7200 m 離れた地点に来るためには、学さんの速さは $(9000 - 7200) \div (45 - 20) = 1800 \div 25 = 72$ m/分 でなければなりません。

問題文の条件から学さんの速さは毎分80 m 以上毎分240 m 以下であることを合わせ考えると、聖さんが出発してから33分後と45分後の間を調べればよいと分かります。

聖さんが出発してから $19.5 + 12 + 12 = 43.5$ 分後に、光さんは P 地点から $3450 + 1800 + 1800 = 7050$ m の地点で聖さんに追いつきます。この時同じ場所に学さんが来る速さは $(9000 - 7050) \div (43.5 - 20) = 82\frac{46}{47}$ m/分 です。

聖さんが出発してから $10.5 + 12 + 12 = 34.5$ 分後に、聖さんは P 地点から $2100 + 1800 + 1800 = 5700$ m の地点で光さんに追いつきます。この時同じ場所に学さんが来る速さは $(9000 - 5700) \div (34.5 - 20) = 227\frac{17}{29}$ m/分 です。

先に聖さんとすれ違い、その後、光さんとすれ違うためには、学さんは毎分 $82\frac{46}{47}$ m より早く毎分 $227\frac{17}{29}$ m 未満で移動すればよいので、空欄アには $82\frac{46}{47}$ 、空欄イには $227\frac{17}{29}$ が当てはまることになりました。

