

- 答 (1) ① 44 枚 ② 32 枚
 (2) 92 枚

解説 (1) ① 与えられた問題のように、長方形 ABCD に小正方形を敷きつめたとき、長方形の対角線 AC が切り分ける小正方形の枚数は、

$$(縦の枚数) + (横の枚数) - (縦の枚数と横の枚数の最大公約数)$$

で求められます。問 (1) では、縦に 5 枚、横に 12 枚の小正方形が並んでいて、5 と 12 の最大公約数は 1 なので、対角線 AC は

$$5 + 12 - 1 = 16 \text{ 枚}$$

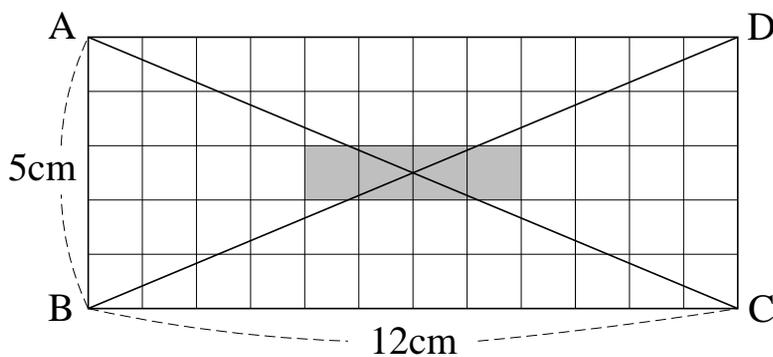
の小正方形を切り分けています。長方形 ABCD の中には $5 \times 12 = 60$ 枚の小正方形があるので、対角線 AC が切り分けていない小正方形の枚数は、

$$60 - 16 = 44 \text{ 枚}$$

と求められます。

- ② 問 (1) ① と同様に、対角線 DB も 16 枚の小正方形を切り分けていますが、対角線 AC と DB が共に切り分ける小正方形の枚数を調べる必要があります。

具体的に描くと、対角線 AC と DB が共に切り分ける小正方形は、次の図で色をつけた 4 枚です。



したがって、対角線 AC または DB によって切り分けられる小正方形の枚数は、

$$16 + 16 - 4 = 28 \text{ 枚}$$

よって、対角線 AC にも DB にも切り分けられない小正方形の枚数は、

$$60 - 28 = 32 \text{ 枚}$$

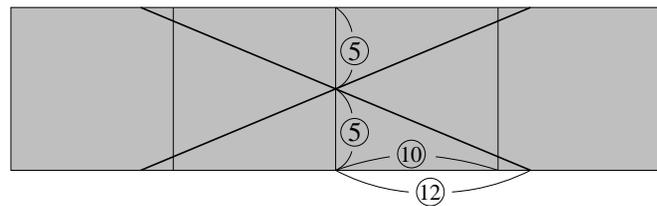
であると分かります。

注意 実際に問 (1) ② を解くときは縦 5 枚、横 12 枚に切り分けた図を描いていると時間がかかってしまうので、長方形 ABCD の中心付近を描いて両方の対角線が通る小正方形の枚数を調べましょう。

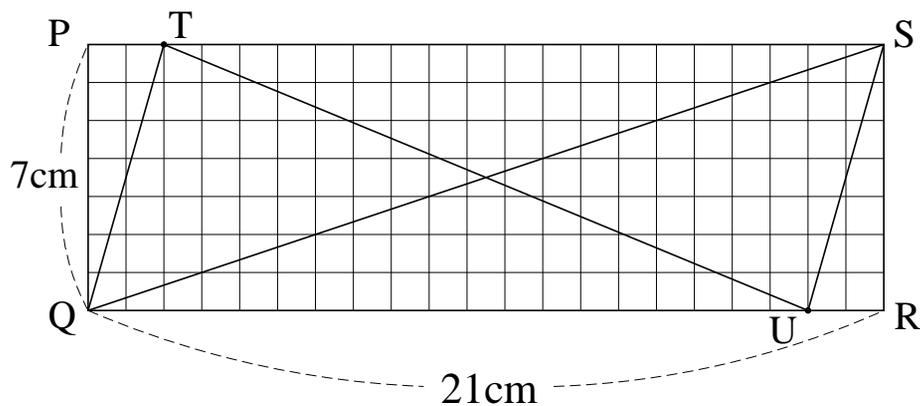
与えられた長方形で、

$$AB : BC = 5 : 12$$

であることに注目して、小正方形の 1 辺の長さを ⑩ cm とすると、解説で描いた図中の色をつけた部分には、右のように長さが書き込めます。これより、対角線 AC と DB が共に切り分ける小正方形の枚数は確かに 4 枚であると分かります。



(2) TQ, SU, TU, SQ は、次の図のように小正方形を切り分けています。



詳しく調べると、

- TQ は、縦 7 cm 横 2 cm の長方形の対角線なので、
 $7 + 2 - 1 = 8$ 枚

の小正方形を切り分けています。

- SU も、縦 7 cm 横 2 cm の長方形の対角線なので、
 $7 + 2 - 1 = 8$ 枚

の小正方形を切り分けています。

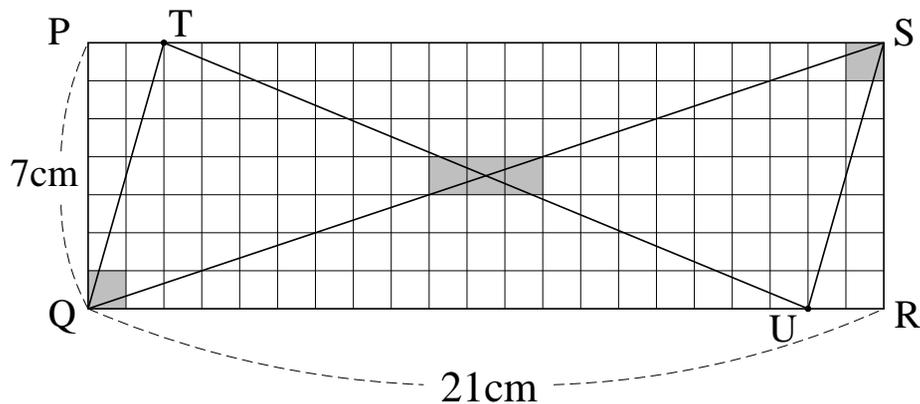
- TU は、縦 7 cm 横 17 cm の長方形の対角線なので、
 $7 + 17 - 1 = 23$ 枚

の小正方形を切り分けています。

- SQ は、縦 7 cm 横 21 cm の長方形の対角線なので、
 $7 + 21 - 7 = 21$ 枚

の小正方形を切り分けています。

このうち、2本の対角線が通っている小正方形は、次の図で色をつけた5枚です。



以上より、TQ, SU, TU, SQ で切り分けられる小正方形の枚数は、

$$8 + 8 + 23 + 21 - 5 = 55 \text{ 枚}$$

長方形 PQRS の中には全部で $7 \times 21 = 147$ 枚の小正方形があるので、TQ, SU, TU, SQ によっては切り分けられない小正方形の枚数は、

$$147 - 55 = 92 \text{ 枚}$$

と求められます。

注意 問 (2) も、長方形 PQRS の中心付近を描いて TU と SQ が通る小正方形の枚数を調べると時間の節約になります。これは、問 (1) ② と同様に調べればすぐに出来るので、確かめてみて下さい。また、頂点 Q と S のところにもそれぞれ 1 枚ずつある小正方形に注意しましょう。