

答 (1) 6個

(2) 7個

(3) $x = 1024$

解説 (1) 【操作】を行うと1になるということは、与えられた整数を素因数分解したときに2と3がそれぞれ現れて、他の素数は現れないということですから、そのような整数を2から50までの中からさがすと、

2が1個現れる場合, $2 \times 3 = 6$, $2 \times 3 \times 3 = 18$

2が2個現れる場合, $2 \times 2 \times 3 = 12$, $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

2が3個現れる場合, $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

2が4個現れる場合, $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

のように、計6個の整数が見つかります。

(2) 【操作】を行うと4になることは、与えられた整数を素因数分解したときに現れる最小の素数と最大の素数はどちらも奇数で、差が4に等しいということですから、そのような整数を2から300までの中からさがします。

最小の素数が3で最大の素数が7であるとする、

3が1個現れる場合, $3 \times 7 = 21$, $3 \times 5 \times 7 = 105$, $3 \times 7 \times 7 = 147$

3が2個現れる場合, $3 \times 3 \times 7 = 63$

3が3個現れる場合, $3 \times 3 \times 3 \times 7 = 189$

最小の素数が7で最大の素数が11であるとする、 $7 \times 11 = 77$

最小の素数が13で最大の素数が17であるとする、 $13 \times 17 = 221$

以上より、求める個数は7個です。

(3) $x + 2$ に【操作】を行うと17になることから、 $x + 2$ を素因数分解したときに現れる最小の素数は2で、最大の素数は19です。特に、素因数分解を行うと2が現れることから、 $x + 2$ は $2 \times 19 = 38$ 以上の偶数であることが分かります。したがって、 x も偶数である、つまり、 x を素因数分解すると2が現れます。 x に【操作】を行うと0になるので、 x は2を複数個かけた積です。

$x + 2$ が38以上であることに注意して、 x の候補を2以上2000以下の整数の中からさがすと、

$$64, 128, 256, 512, 1024$$

が見つかります。したがって、それぞれの数に2を足した

$$66, 130, 258, 514, 1026$$

が $x + 2$ の候補です。このうち、素因数分解したときに現れる最小の素数が2で、最大の素数が19となるのは、

$$1026 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 19$$

だけですから、求める x は1024です。