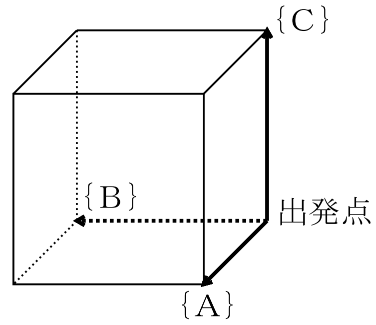
答　(1) (A と書かれたカードが 2 枚のとき) 11 通り　(A と書かれたカードが 3 枚のとき) 15 通り

(2) 403 通り

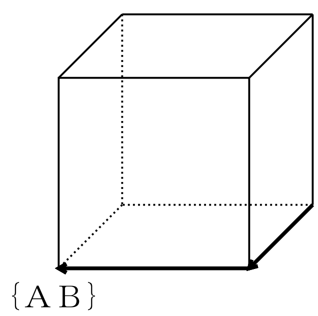
(3) 755 枚

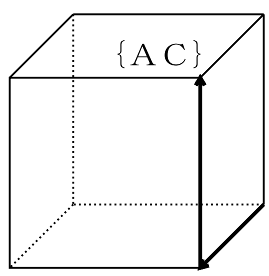
解説　問題文中に書かれている，ABC がそれぞれ 1 枚ずつの場合に，カードの選び方が 7 通りあることを最初に確認しましょう。

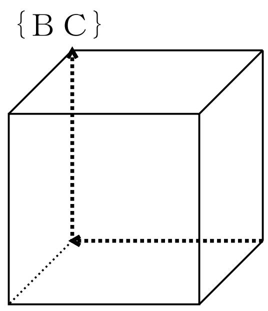
次の図のように出発点となる立方体の頂点を定め，縦方向に進んだ先の頂点が {A} を表し，横方向に進んだ先の頂点が {B} を表し，高さ方向に進んだ先の頂点が {C} を表すとします。



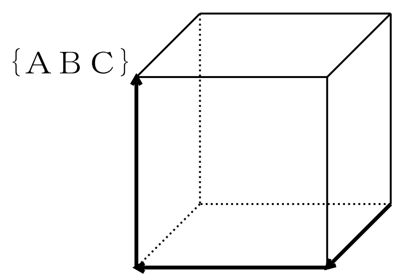

さらに，出発点から「縦」「横」と進んだ先の頂点は {AB} を表し，「縦」「高さ」と進んだ先の頂点は {AC} を表し，「横」「高さ」と進んだ先の頂点は {BC} を表すとします。



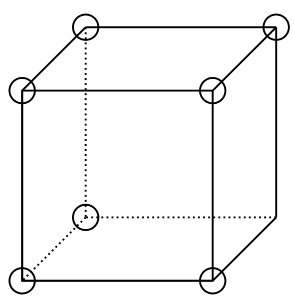




同様に，出発点から「縦」「横」「高さ」と進んだ先の頂点は {ABC} を表すことにします。

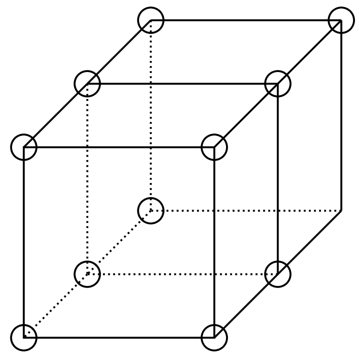



ここで，出発点から「縦」「横」の順に進んでも，出発点から「横」「縦」の順に進んでも，同じ {AB} を表す頂点に着くことを確認しましょう。これは，AB と BA とを区別しないことを意味するので，出発点から「縦」「横」と進んだ先の頂点はカード A と B を選ぶ選び方を表していると分かります。他の選び方を定めるときも同様です。「縦」「横」「高さ」の方向に進む回数がそれぞれ等しければ，同じ頂点に着くので，辿り着いた先の頂点の数だけ選び方が決まることになります。

こうして，カードの選び方は次の図で○印をつけた頂点の数に等しい 7 通りあると分かります。



(1)　A と書かれたカードが 2 枚のとき，選び方は，次の図で○印をつけた頂点の数に等しい 11 通りあります。



A と書かれたカードが 1 枚から 2 枚になると，辿(たど)り着く先の頂点の数が 4 個増えるのに応じて，選び方も $11 - 7 = 4$ 通り増えました。同様に，A と書かれたカードが 2 枚から 3 枚になると，選び方が再び 4 通り増えて，$11 + 4 = 15$ 通りになります。

(2)　ここまで調べたことから，A のカードの枚数が $\square$ 枚のとき，選び方は $4 \times \square + 3$ 通りあると分かります（実際，A と書かれたカードが 1 枚のとき，選び方は $4 \times 1 + 3 = 7$ 通り。A と書かれたカードが 2 枚のときは，$4 \times 2 + 3 = 11$ 通り。A と書かれたカードが 3 枚のときは，$4 \times 3 + 3 = 15$ 通りあります。このように，選び方を順に列挙すると，A と書かれたカードを 1 枚増やすごとに 4 通りずつ増える等差数列になるため，$4 \times \square + 3$ 通りという式が作れます)。

したがって，A と書かれたカードが 100 枚あるときのカードの選び方は，

$$4 \times 100 + 3 = 403 \text{ 通り}$$

あります。

(3) 求める枚数を $\square$ 枚とすると，

$$4 \times \square + 3 = 3023 \text{ なので，} \square = (3023 - 3) \div 4 = 755 \text{ 枚}$$