

- 答 (1) 9通り
(2) 10通り
(3) 6通り

解説 (1) 品物Aを a 個, 品物Bを b 個買ったとすると,

$$50 \times a + 100 \times b = 1000 \quad 50 \text{ で割って, } 1 \times a + 2 \times b = 20$$

この式の a と b の値の組は,

$$(a, b) = (18, 1), (16, 2), (14, 3), (12, 4), (10, 5), (8, 6), (6, 7), (4, 8), (2, 9)$$

の9通りあります(「どの品物もそれぞれ少なくとも1個は買う」と問題文に書かれているので, $a = 0$ や $b = 0$ となる場合が無いことに注意します)。

(2) 品物Aを a 個, 品物Bを b 個, 品物Cを c 個買ったとすると,

$$50 \times a + 100 \times b + 150 \times c = 700 \quad 50 \text{ で割って, } 1 \times a + 2 \times b + 3 \times c = 14$$

この式の c の値として $c = 1, 2, 3, 4$ が考えられるので, それぞれの場合について, 場合分けして調べます。

(i) $c = 1$ の場合, $1 \times a + 2 \times b = 11$ なので, a と b の値の組として,

$$(a, b) = (9, 1), (7, 2), (5, 3), (3, 4), (1, 5)$$

の5通りが考えられます。

(ii) $c = 2$ の場合, $1 \times a + 2 \times b = 8$ なので, a と b の値の組として,

$$(a, b) = (6, 1), (4, 2), (2, 3)$$

の3通りが考えられます。

(iii) $c = 3$ の場合, $1 \times a + 2 \times b = 5$ なので, a と b の値の組として,

$$(a, b) = (3, 1), (1, 2)$$

の2通りが考えられます。

(iv) $c = 4$ の場合, $1 \times a + 2 \times b = 2$ なので, この式を満たす, どちらも1以上である整数 a と b の値の組はありません。

以上を合計すると, 答えは $5 + 3 + 2 = 10$ 通りと求まります。

(3) 品物Xを x 個, 品物Yを y 個, 品物Zを z 個買ったとすると,

$$47 \times x + 97 \times y + 147 \times z = 1499$$

この式を満たす x, y, z の値の組を (2) と同様に調べると時間がかかるので, 次のように工夫します。 $97 \times y$ は $47 \times y + 50 \times y$ に分けて書き, $147 \times z$ も $47 \times z + 100 \times z$ に改めると,

$$47 \times x + 47 \times y + 50 \times y + 47 \times z + 100 \times z = 1499$$

つまり,

$$47 \times (x + y + z) + 50 \times (y + 2 \times z) = 1499$$

を満たす x, y, z の値の組を求めれば良いこととなります。1499の1の位の数は9であり, 50の倍数 $50 \times (y + 2 \times z)$ の1の位の数は0であることから, 47の倍数 $47 \times (x + y + z)$ の1の位の数が9にならなければなりません。そのためには, $x + y + z$ の1の位の数は7でなければなりません。 $47 \times (x + y + z)$ が1499以下であることも合わせて考えると, $x + y + z$ の候補として,

$$x + y + z = 7, 17, 27$$

が見つかります。

(i) $x + y + z = 7$ の場合, $50 \times (y + 2 \times z) = 1170$ ですが, 1170 は 50 の倍数ではないので, 与えられた条件を満たす x, y, z はありません。

(ii) $x + y + z = 17$ の場合, $50 \times (y + 2 \times z) = 700$ です。50 で割ると,

$$y + 2 \times z = 14$$

この式を満たす y と z の値の組として,

$$(y, z) = (12, 1), (10, 2), (8, 3), (6, 4), (4, 5), (2, 6)$$

の 6 通りが考えられます。ここで, $x + y + z = 17$ であったことを合わせ考えれば,

$$(x, y, z) = (4, 12, 1), (5, 10, 2), (6, 8, 3), (7, 6, 4), (8, 4, 5), (9, 2, 6)$$

の 6 通りが条件を満たすことが分かります。

(iii) $x + y + z = 27$ の場合, $50 \times (y + 2 \times z) = 230$ ですが, 230 は 50 の倍数ではないので, 与えられた条件を満たす x, y, z はありません。

以上より, 答えは 6 通りです。