

答 (1) 2.5 秒後

(2) (ア) 11 秒後 (イ) 48 cm^3 , 144 cm^3

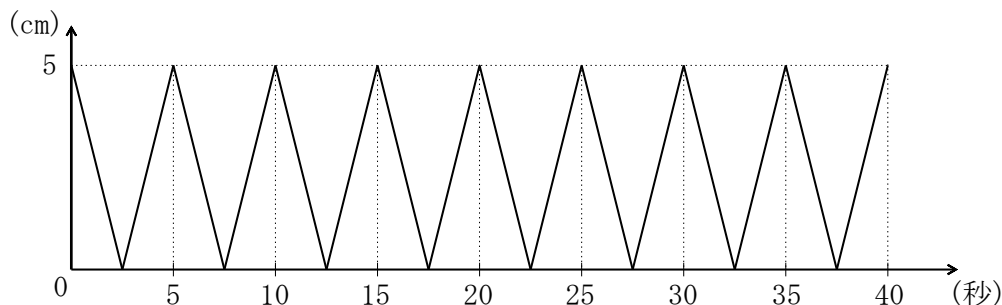
解説 点 P は $D \rightarrow A$ と進むのに $5 \div 2 = 2.5$ 秒かかるので、 $D \rightarrow A \rightarrow D$ と 1 往復するのにかかる時間は $2.5 \times 2 = 5$ 秒です。

点 Q は $E \rightarrow B$ と進むのに $10 \div 3 = 3\frac{1}{3}$ 秒かかるので、 $E \rightarrow B \rightarrow E$ と 1 往復するのにかかる時間は $3\frac{1}{3} \times 2 = 6\frac{2}{3}$ 秒です。

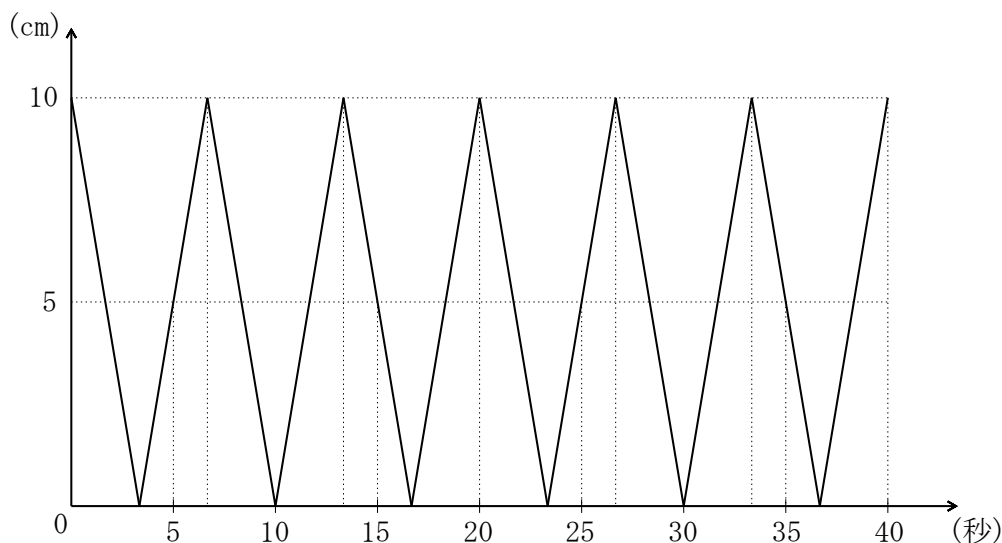
点 R は $C \rightarrow F$ と進むのに $4 \div 1 = 4$ 秒かかるので、 $C \rightarrow F \rightarrow C$ と 1 往復するのにかかる時間は $4 \times 2 = 8$ 秒です。

点 P, Q, R が同時に出発してから、点 P と R は 5 と 8 の最小公倍数である 40 秒経つと同時に出発点に戻って来ます。また、 $6\frac{2}{3} \times 6 = 40$ なので、40 秒後には点 Q も 6 往復して出発点である E に戻って来ます。したがって、点 P, Q, R は同時に出発してから、40 秒間の周期で繰り返し同じ位置に来ることになります。

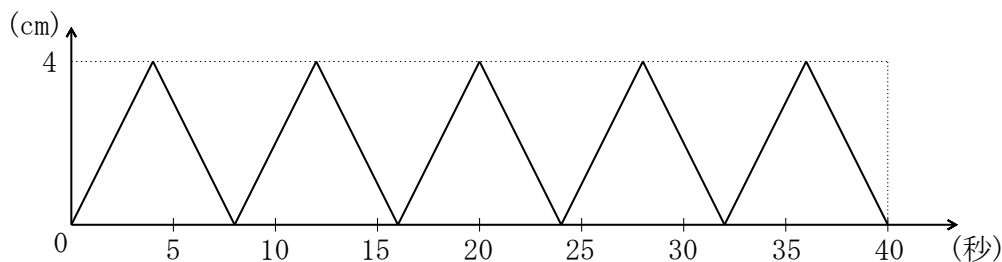
次のグラフは、点 P, Q, R が同時に出発してからの時間と、直角三角形 ABC から見たそれぞれの点の位置の高さを表したグラフです。



点 P に関するグラフ



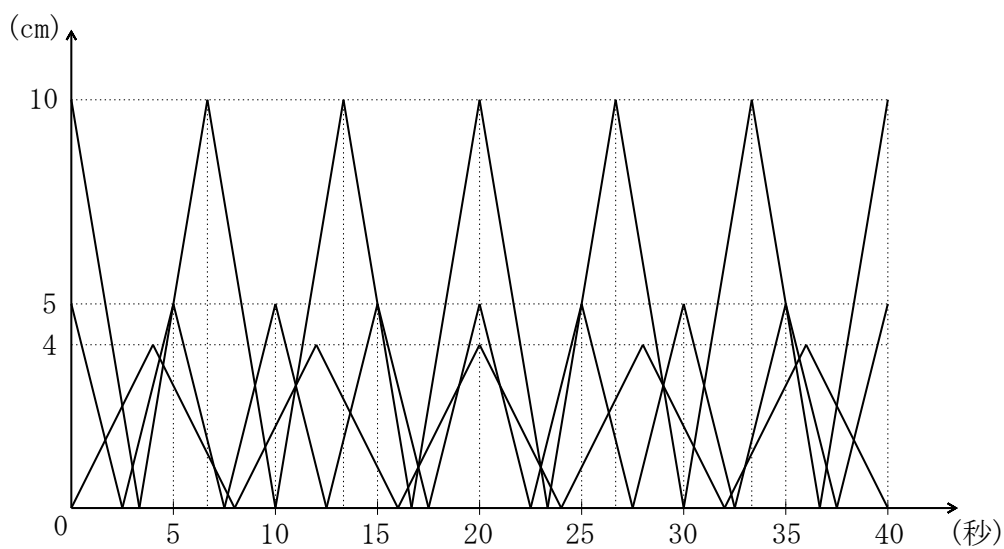
点 Q に関するグラフ



点 R に関するグラフ

(1 往復にかかる時間は 8 秒)

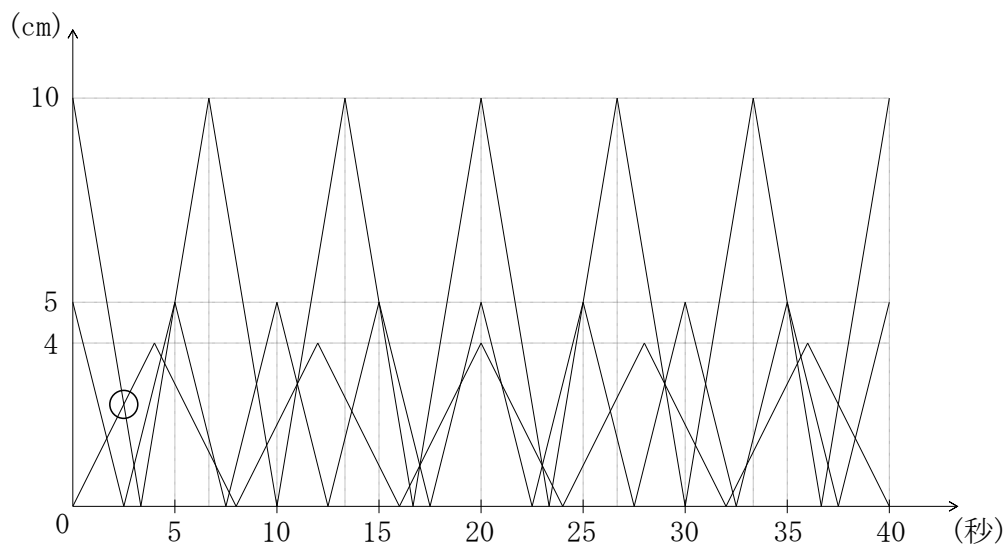
それぞれのグラフをまとめると次のように描けます。



点 P, Q, R に関するグラフ

グラフが0秒から20秒までと、20秒から40秒までで左右対称になっていることに注意しましょう。先程周期は40秒間と申し上げましたが、実際に調べるのは出発してから20秒までが良いことが分かります。

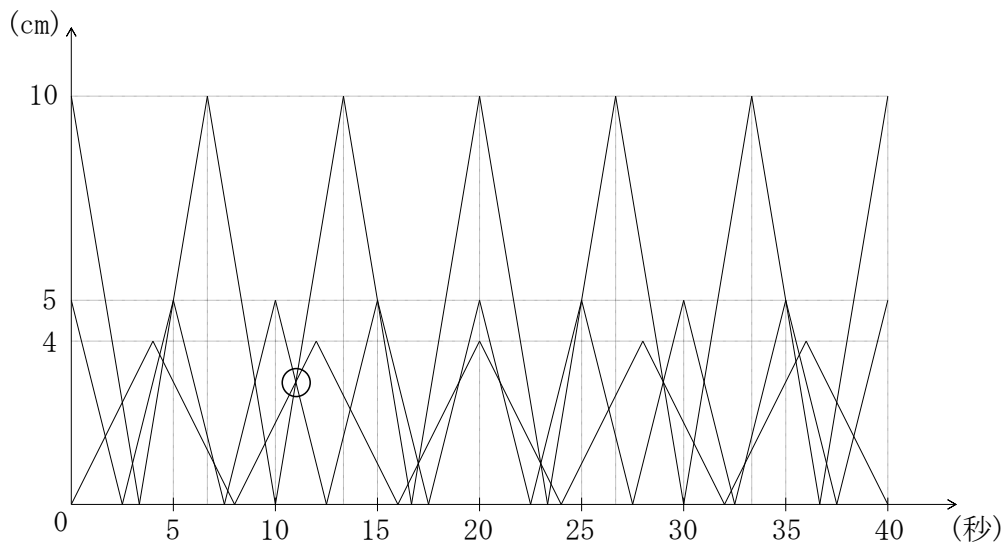
- (1) 次のグラフ中の○印をつけた時点で点 Q と点 R の高さが初めて等しくなり、QR と BC が初めて平行になります。



求める時間は、10 cm 離れた2点^{はな}が互いに向かい合っ^て同時に出発し、それぞれ毎秒3 cm と毎秒1 cm の速さで進んだときの、2点が出発してから出会うまでの時間に等しいと考えられるので、

$$10 \div (3 + 1) = 2.5 \text{ 秒後}$$

- (2)(ア) 次のグラフ中の○印をつけた時点で点 P と点 Q と点 R の高さが初めて等しくなり、立体㊦が初めて直角三角形 ABC を底面とする三角柱になります。



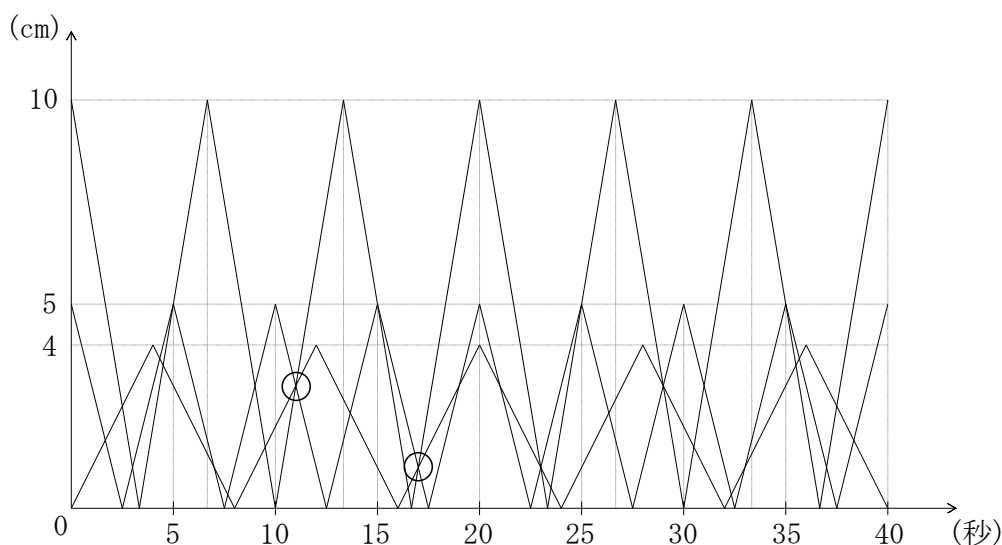
3点が同時に出発してから10秒後の時点で、点Pと点Qはそれぞれ高さ5cmの位置と高さ0cmの位置にあります。10秒後から求める時間までは、5cm離れた2点が互いに向かい合っ
て同時に出発し、それぞれ毎秒2cmと毎秒3cmの速さで進んだときの、2点が出発してから出
会うまでの時間に等しいと考えられるので、

$$5 \div (2 + 3) = 1 \text{ 秒間}$$

したがって、求める時間は、

$$10 + 1 = 11 \text{ 秒後}$$

(2)(イ) グラフの対称性より、3点が出発してから20秒後までを調べると、次のグラフ中の○印をつ
けた2つの時点で立体㊦が直角三角形ABCを底面とする三角柱になると分かります。



(ア) で既に調べ^すてある、3点が出発してから11秒後の時点では、点Qが10秒後から11
秒までの1秒間で $3 \times 1 = 3 \text{ cm}$ 動くので、三角柱の高さも3cmになると考えられます。した
がって、

$$\text{三角柱の体積} = \text{直角三角形 ABC} \times 3 = 8 \times 12 \div 2 \times 3 = 48 \times 3 = 144 \text{ cm}^3$$

別の一つの○印をつけた時点を次に調べてみましょう。3点が出発してから15秒後の時点に
注目すると、点Pと点Qはどちらも高さが5cmの位置にあり、15秒後から○印をつけた時点
までの間に、合わせて $5 \times 2 = 10 \text{ cm}$ 動いていることが分かります。したがって、15秒後から○
印をつけた時点までは

$$10 \div (2 + 3) = 2 \text{ 秒間}$$

よって、○印をつけた時点は、3点が同時に出発してから $15 + 2 = 17 \text{ 秒後}$ であると分かりま
す。このとき、3点の等しい高さは、15秒後の時点での5cmよりも点Pが15秒後から17秒後
までの2秒間で動いた $2 \times 2 = 4 \text{ cm}$ だけ短くなるので、

$$5 - 4 = 1 \text{ cm}$$

このとき、

$$\text{三角柱の体積} = \text{直角三角形 ABC} \times 1 = 48 \times 1 = 48 \text{ cm}^3$$